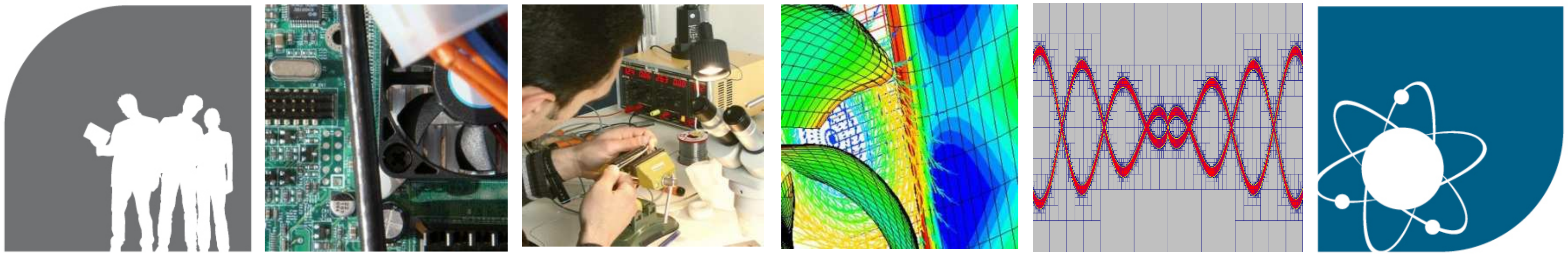
ENSIETA
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS

Calcul par intervalles et robotique à l’ENSIETA

Jan Sliwka & Fabrice Le Bars



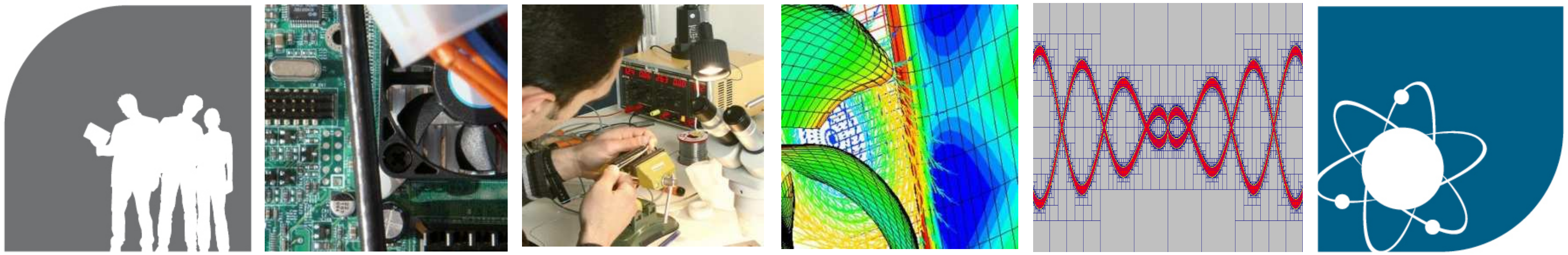
Calcul ensembliste et robotique

> Sommaire

1. Méthodes ensemblistes
2. Applications
3. Les robots de l’ENSIETA

Histoire

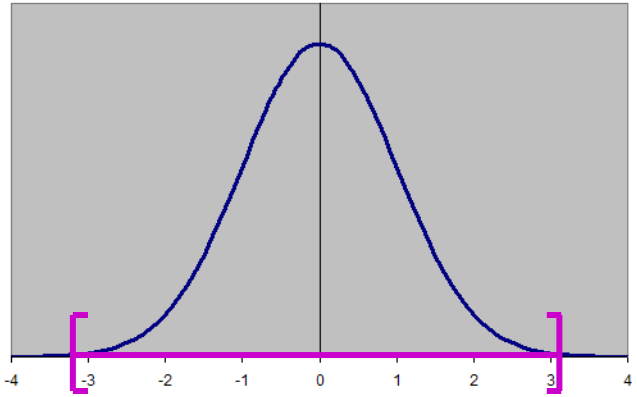
- Moore et Warmus dans les années 50

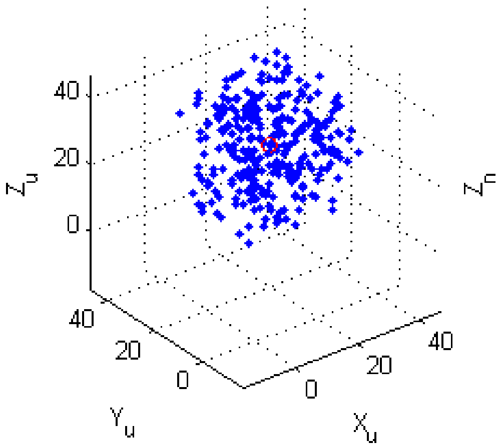


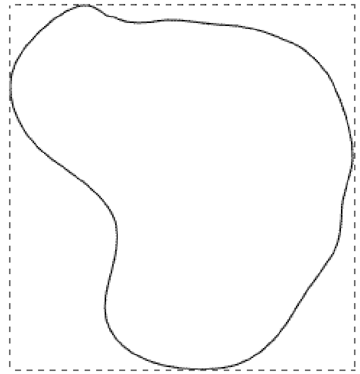
Méthodes ensemblistes

Les mesures de capteurs / les variables ne sont pas ponctuelles

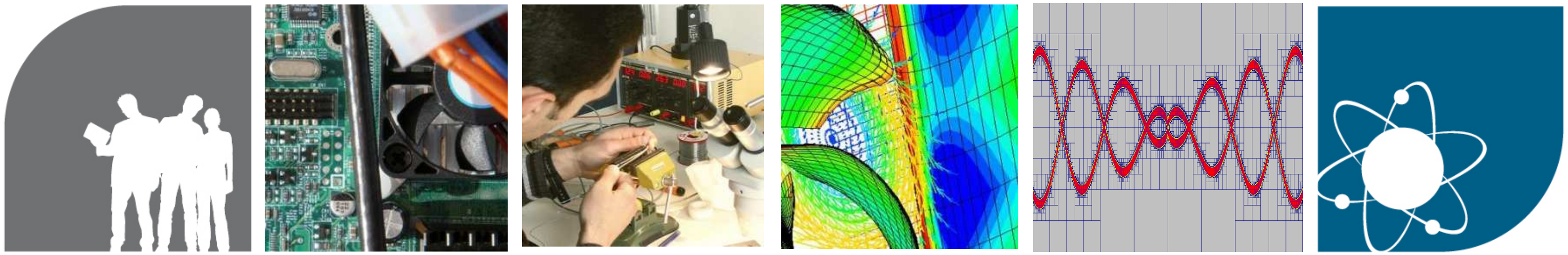
Représentations : Probabiliste – Discrète - Ensembliste





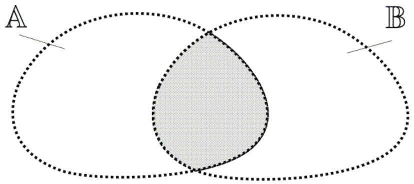


Exemple mesure $x_0 +/- \varepsilon \Rightarrow [x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon]$



Méthodes ensemblistes

Intersection $\mathbb{C} = \mathbb{A} \cap \mathbb{B}$



Union $\mathbb{C} = \mathbb{A} \cup \mathbb{B}$

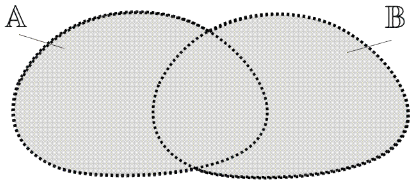
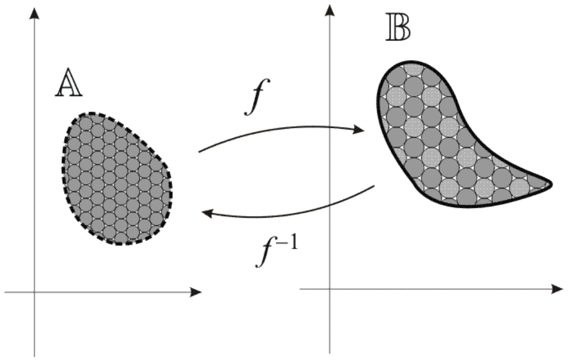
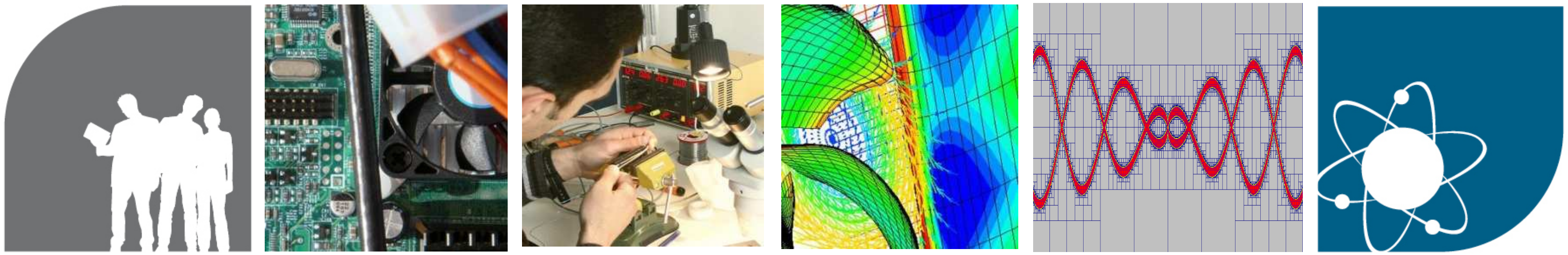


Image par f $\mathbb{B} = f(\mathbb{A})$

Inversion ensembliste $\mathbb{A} = f^{-1}(\mathbb{B})$

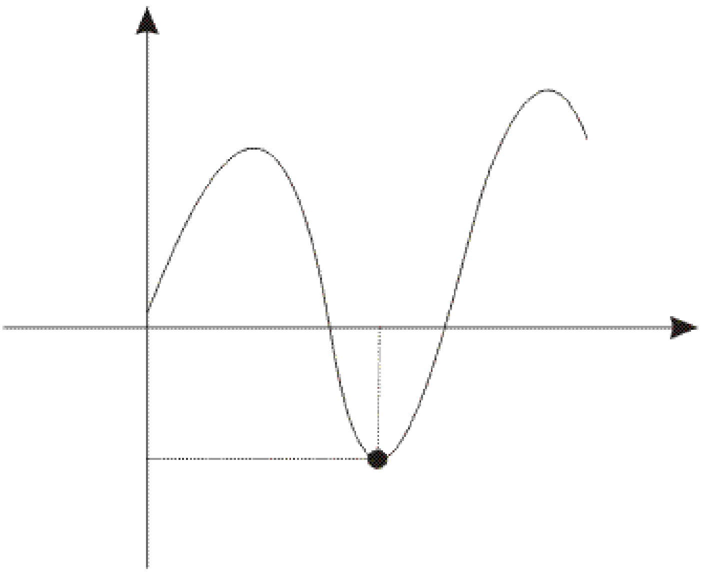


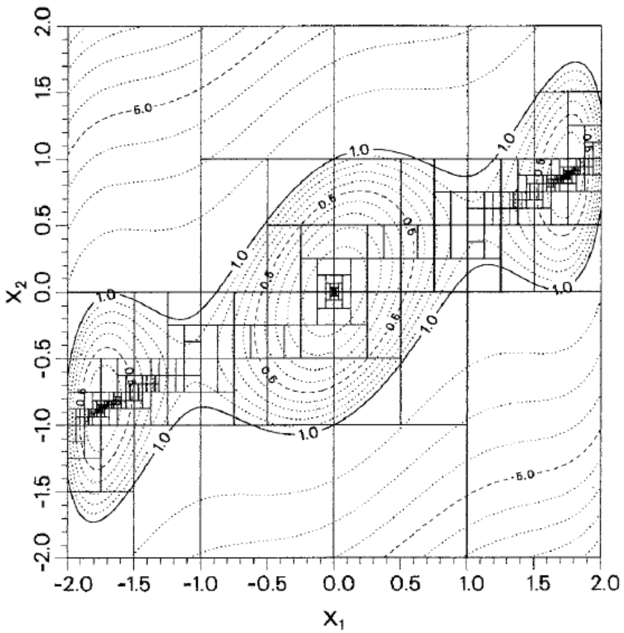


Types de problèmes résolus

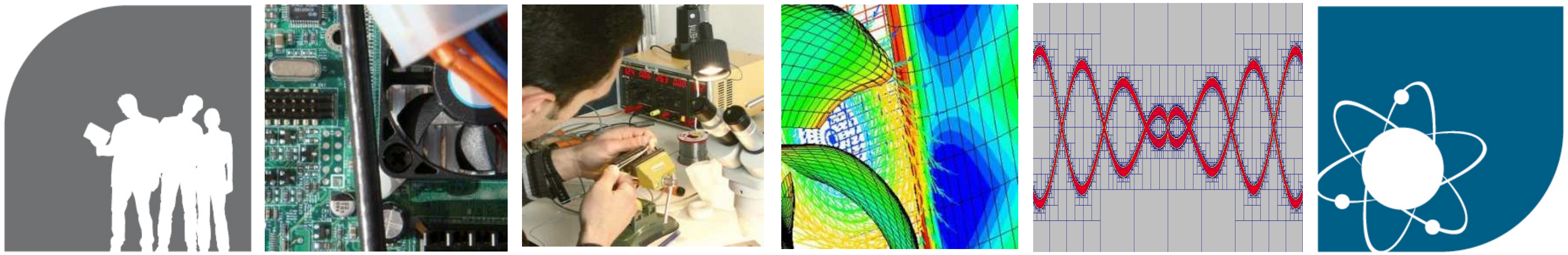
I. Optimisation Globale

$$\hat{f} = \min_{x \in [x]} f(x)$$





Méthode de Hansen



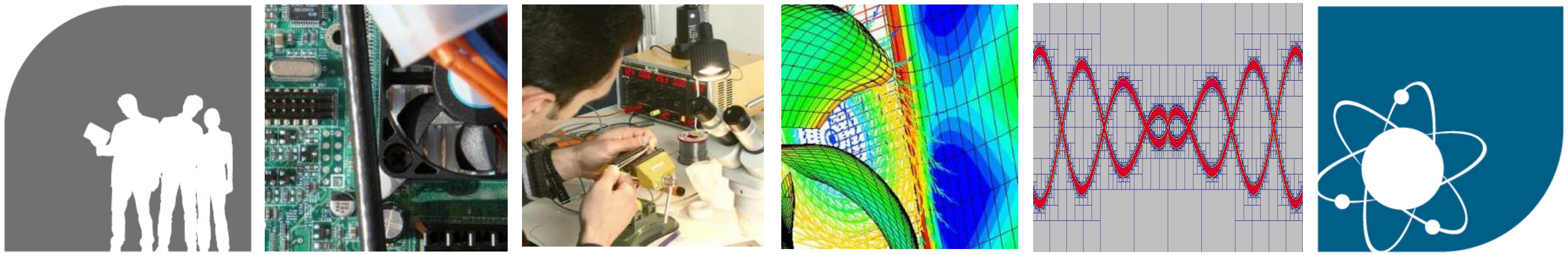
Types de problèmes résolus

II. Système d'équations (Constraint Satisfaction Problem)

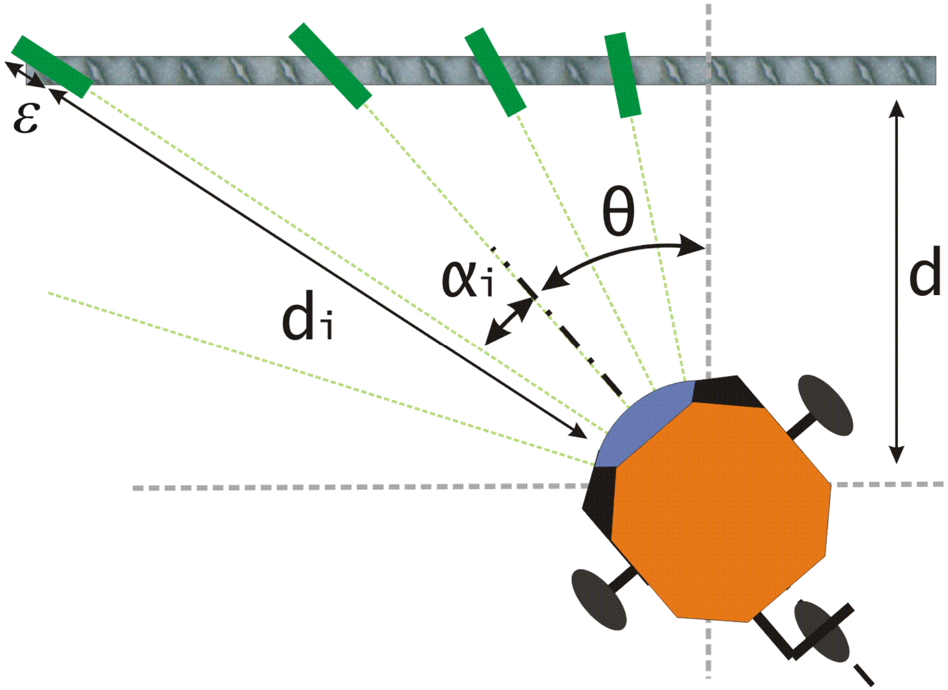
$$\begin{cases} f_1(x_1,x_2,\ldots,x_n) = 0 \\ f_2(x_1,x_2,\ldots,x_n) = 0 \\ \ldots \\ f_m(x_1,x_2,\ldots,x_n) = 0 \end{cases} \qquad \mathbf{x} = (x_1,x_2,\ldots,x_n) \in \mathbb{R}^n$$

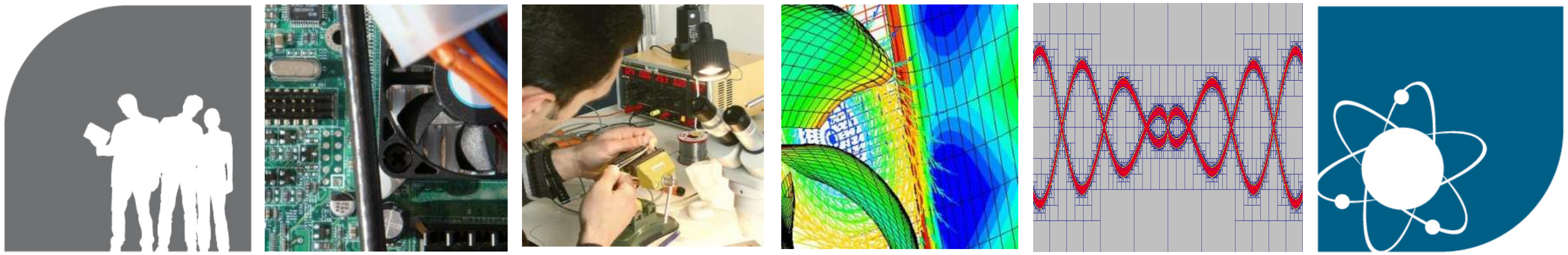
III. Système d'équations relaxé

Une partie seulement des équations sont satisfaites



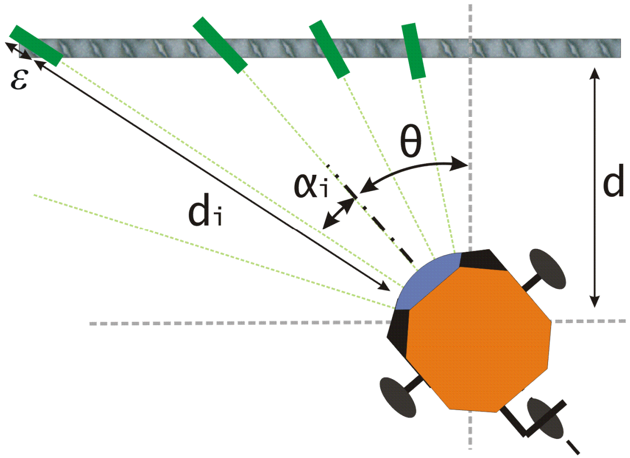
Exemple : Localisation





Exemple : Localisation

Mise en équation



Pour chaque mesure « Contrainte »

$$d = d_i \cos(\theta + \alpha_i)$$

Système d'équation (CSP)

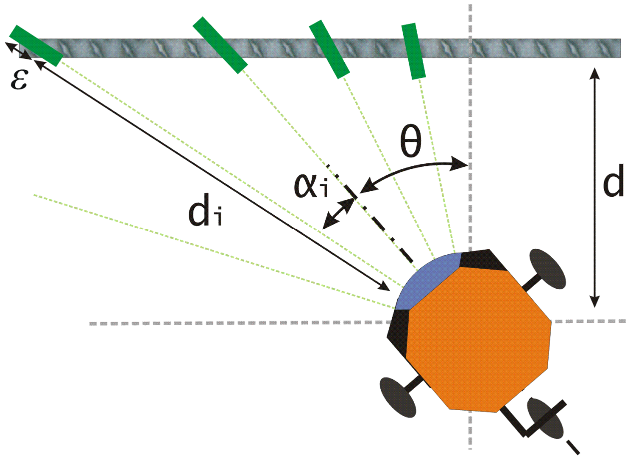
$$\begin{cases} d - d_1 \cos(\theta + \alpha_1) = 0 \\ d - d_2 \cos(\theta + \alpha_2) = 0 \\ \dots \\ d - d_m \cos(\theta + \alpha_m) = 0 \end{cases}$$

$$d \in [0, \infty], \quad \theta \in [-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2}].$$

DEMO : Localisation

Mise en équation

Pour chaque mesure « Contrainte »

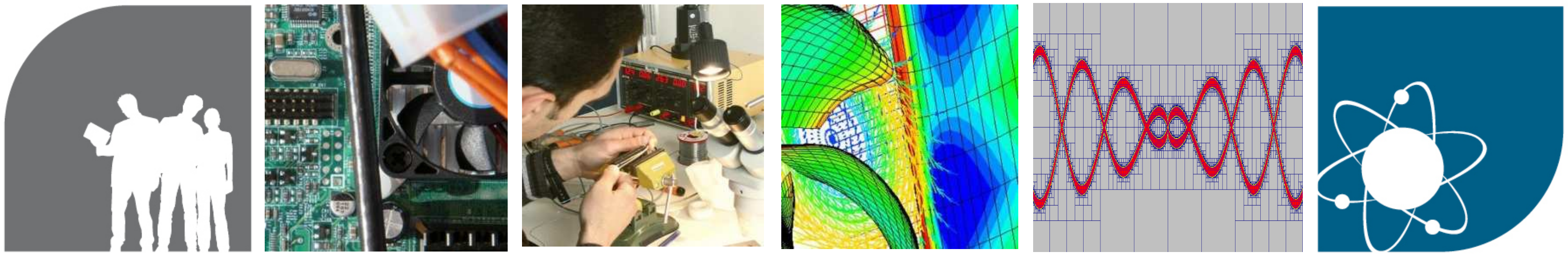


$$d = d_i \cos(\theta + \alpha_i)$$

Système d'équation (CSP)

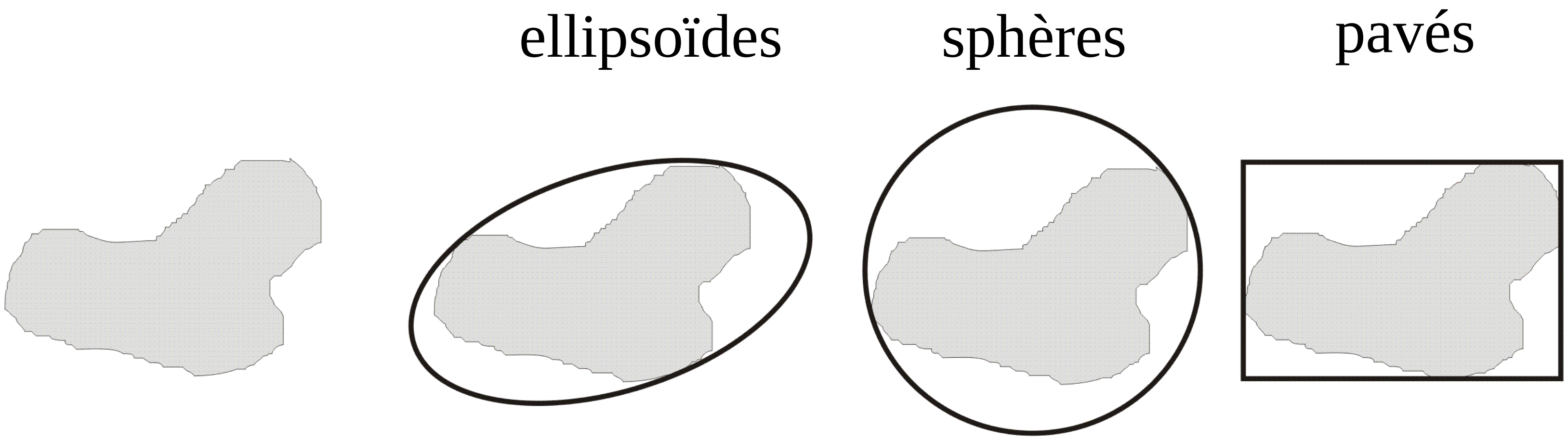
$$\begin{cases} d - d_1 \cos(\theta + \alpha_1) = 0 \\ d - d_2 \cos(\theta + \alpha_2) = 0 \\ \dots \\ d - d_m \cos(\theta + \alpha_m) = 0 \end{cases}$$

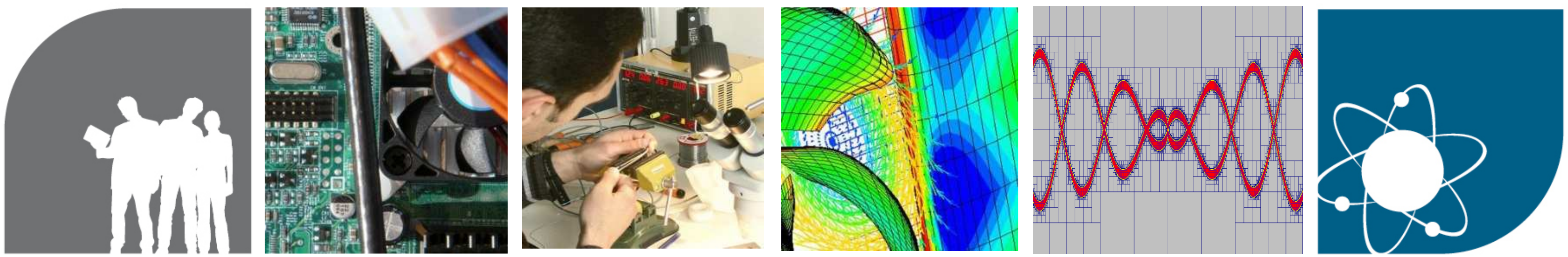
$$d \in [0, \infty],$$
$$\theta \in [-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2}].$$



Méthodes ensemblistes

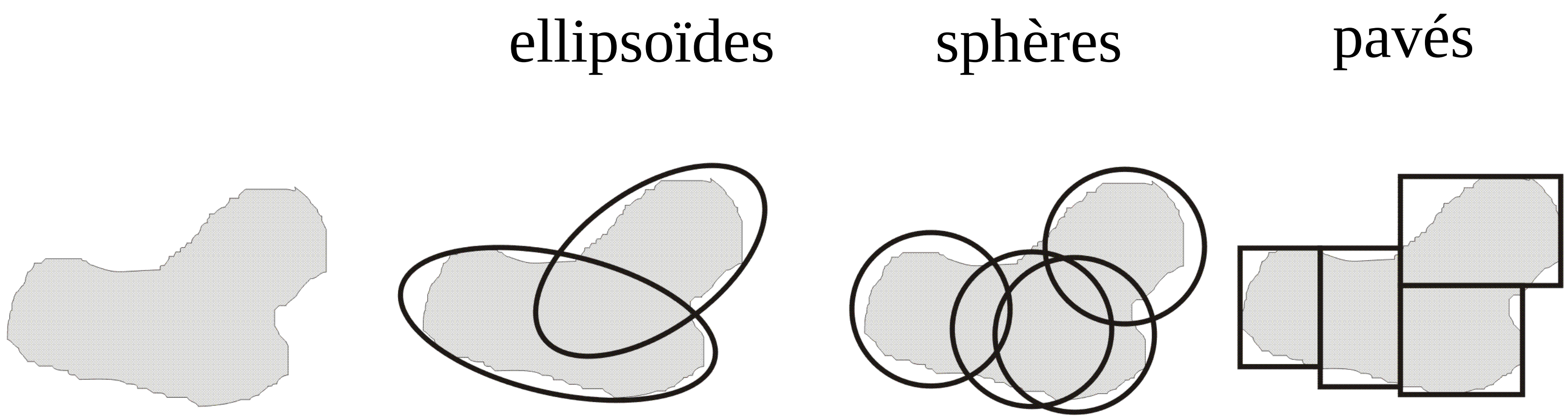
- Comment représenter un ensemble?

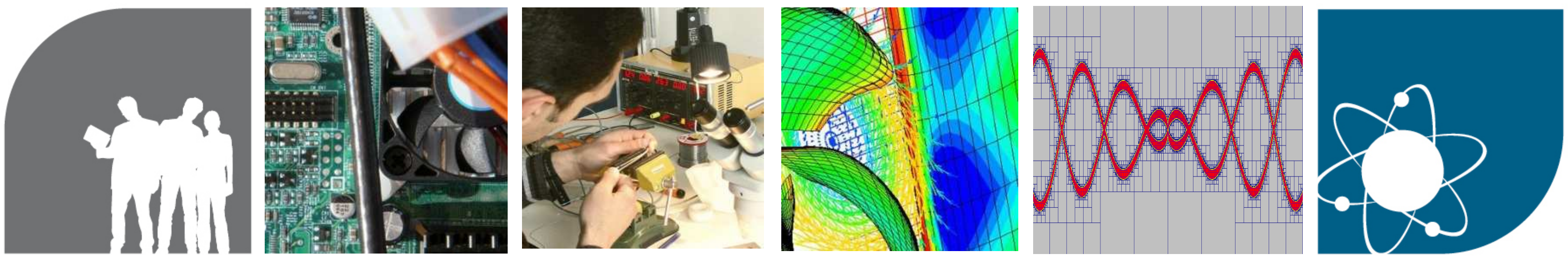




Méthodes ensemblistes

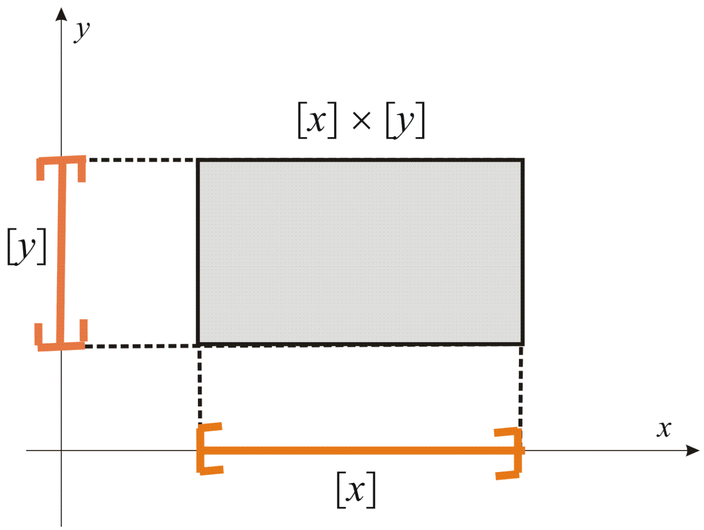
- Comment représenter un ensemble?

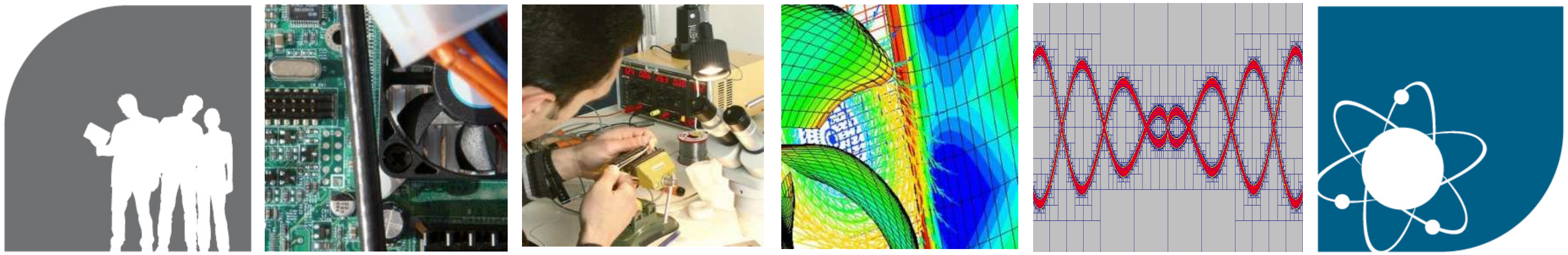




Méthodes intervalles

- Utilise les **intervalles**
- Note : un **pavé** est un produit cartésien d’intervalles





Arithmétique par intervalles

Opérations binaires

Pour une opération $\diamond \in \{+, -, *, /, \max, \min\}$ on définit

$$[x] \diamond [y] \triangleq [\{x \diamond y \mid x \in [x], y \in [y]\}]$$

Exemple

$$\begin{aligned} [-2,5] + [1,3] &= [-1,8], \\ [-2,5] * [1,3] &= [-3,15], \\ [-2,5]/[1,3] &= [-\tfrac{2}{3},5], \end{aligned}$$

$$([1,2] + [-3,4]) * [5,6] = [-2,6] * [5,6] = [-12,36].$$

Arithmétique par intervalles

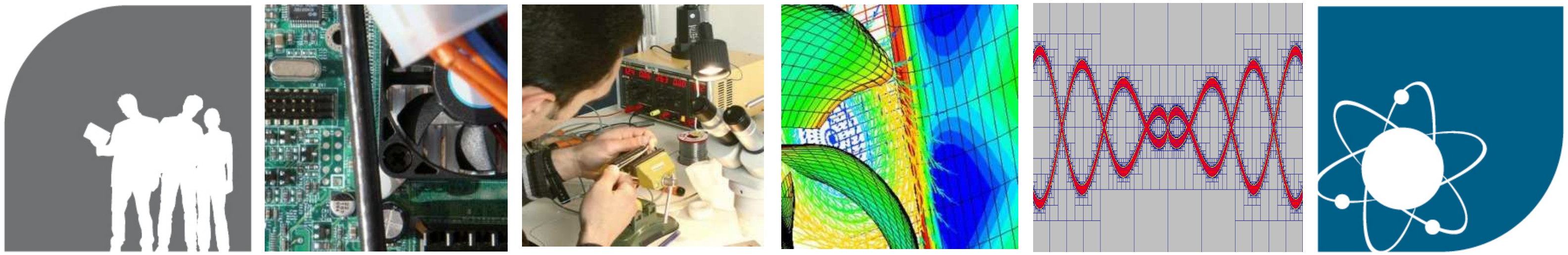
Fonctions élémentaires

Si $f \in \{\cos, \sin, \text{sqr}, \text{sqrt}, \log, \exp, \ldots\}$ alors on définit

$$f([x]) \triangleq [\{f(x) \mid x \in [x]\}]$$

Exemple

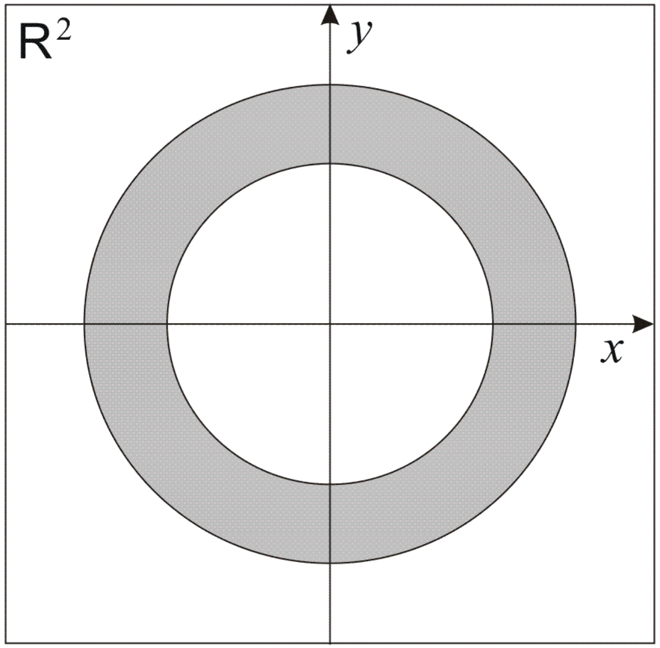
$$\begin{aligned} \sin([0,\pi]) &= [0,1], \\ sqr([-2,3]) &= [-2,3]^2 = [0,9], \\ abs([-5,1]) &= [0,5], \\ sqrt([-13,4]) &= \sqrt{[-13,4]} = [0,2], \\ \exp([0,1]) &= [1,e]. \end{aligned}$$

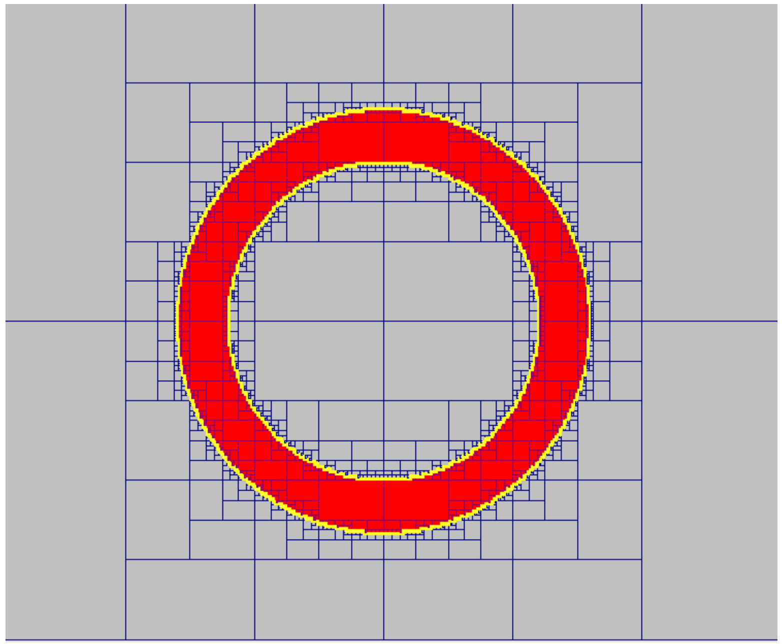


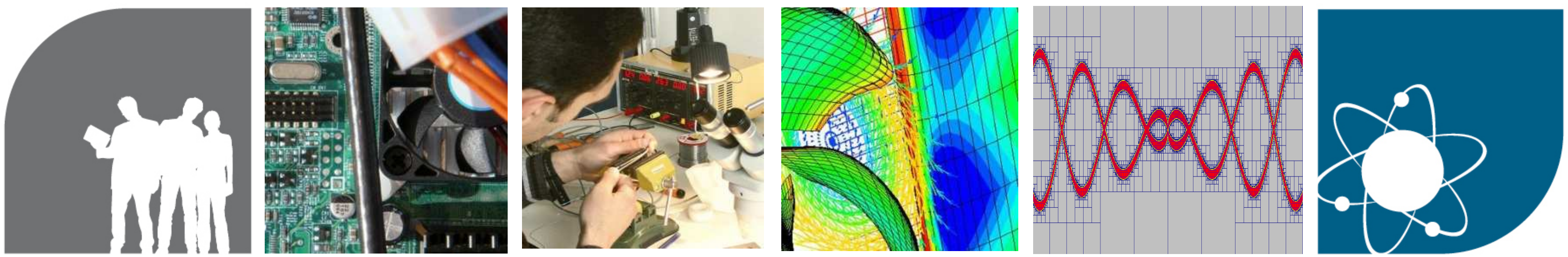
Exemple de solveur : SIVIA

Résoudre $f(x,y) = x^2 + y^2 = r^2$

où $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ exemple :$r \in [5,10]$





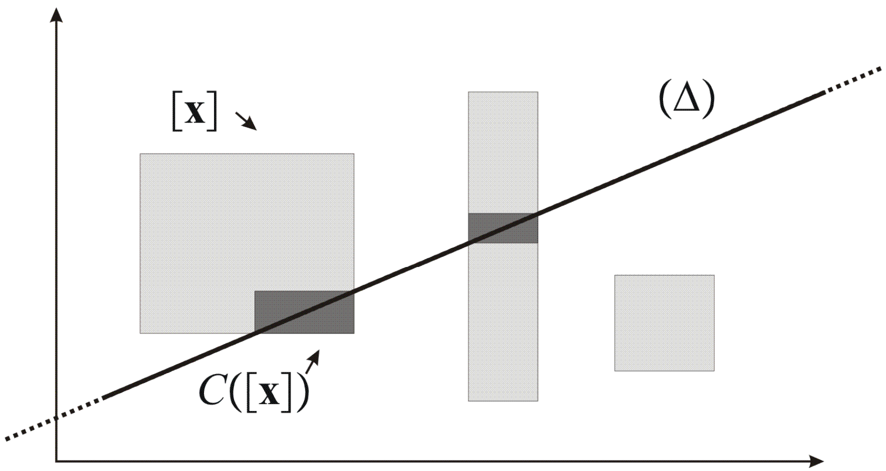


Contracteurs

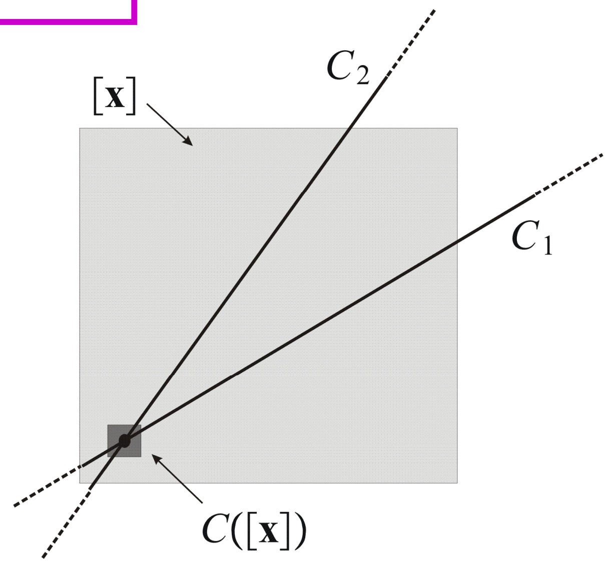
Un **opérateur** C associé à une contrainte qui contracte un **pavé**

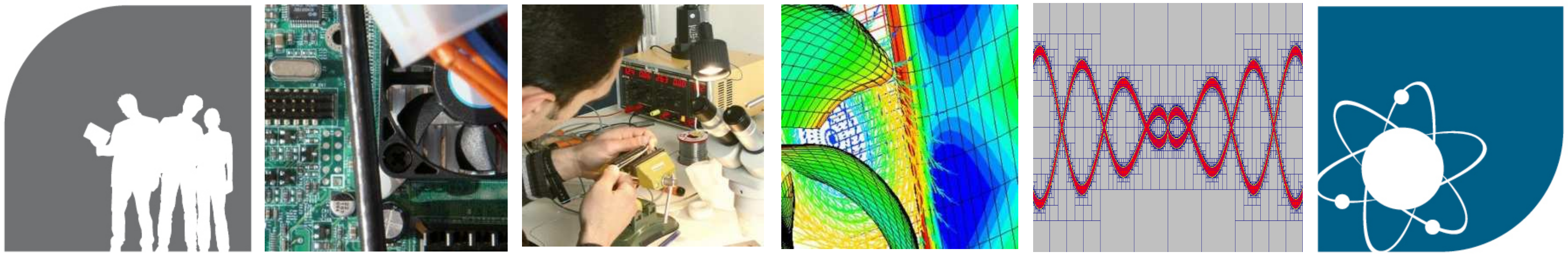
Pour une contrainte $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ donnée on trouve

$$[\mathbf{x}_c] = [\mathbf{f}^{-1}(\mathbf{0})] \cap [\mathbf{x}] = \mathbf{C}([\mathbf{x}])$$

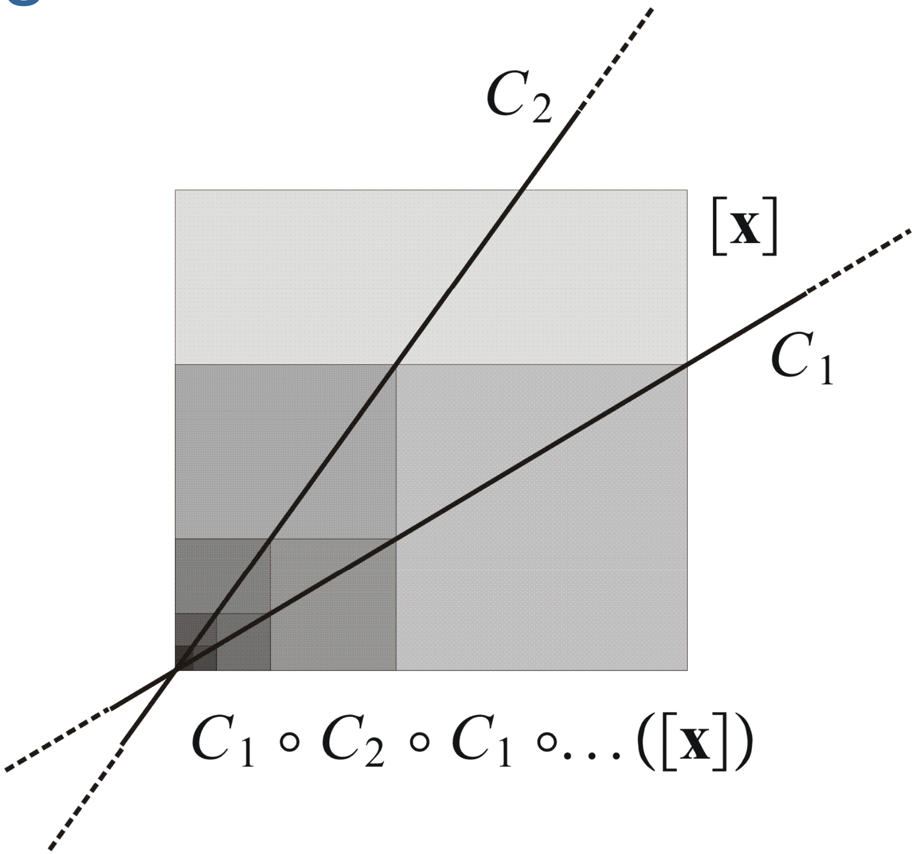


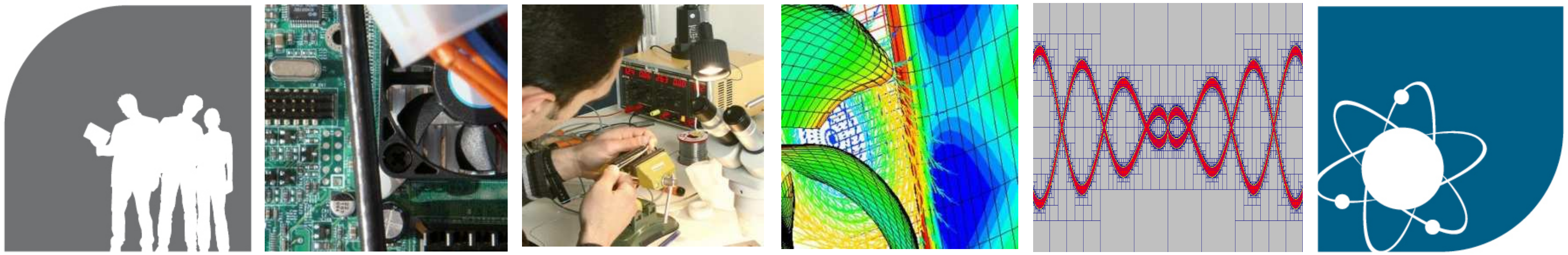
$(\Delta)\ :\ \{\mathbf{x}_\Delta = (x,y) \in \mathbb{R}^2, ax + by + c = 0\}$





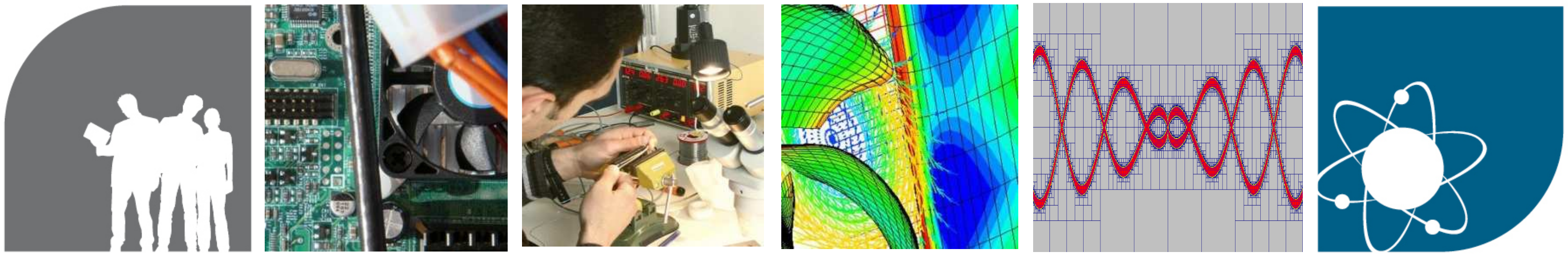
Propagation de contraintes





Applications

- SLAM [Drocourt], [Porta], [Jaulin]
- Localisation [Meizel]
- Traitement d'image [Jaulin]
- Estimation de paramètres [Walter], [Pronzato]
- Etude de stabilité
- Optimisation globale [Hansen]
- Lancé de rayon [Florez]
- Filtre particulaire intervalle [Bonnifait]
- Intégration des équations différentielles [Ramdani]
- Etude de la topologie d'ensembles [Delanoue]



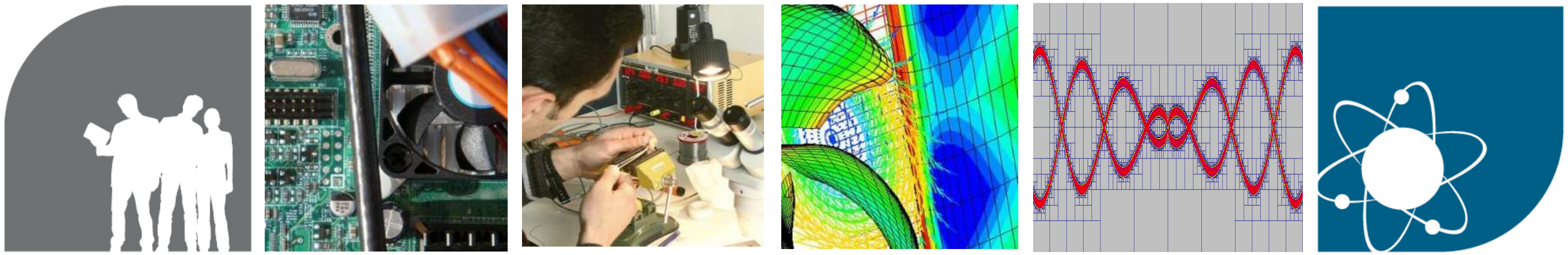
Applications

- **SLAM** - Ex: [F. Le Bars]
- Localisation
- **Traitement d'image** - Ex: [L. Jaulin – J. Sliwka]
- **Estimation de paramètres** - Ex: [J.L. Paillat]
- Etude de stabilité
- Optimisation globale
- Lancé de rayon
- Filtre particulaire intervalle
- Intégration des équations différentielles
- Etude de la topologie d'ensembles

SLAM sous-marin offline

SLAM : Simultaneous Localization And Mapping

Expériences avec les sous-marins Redermor et Daurade du GESMA



SLAM sous-marin offline

Données à notre disposition :

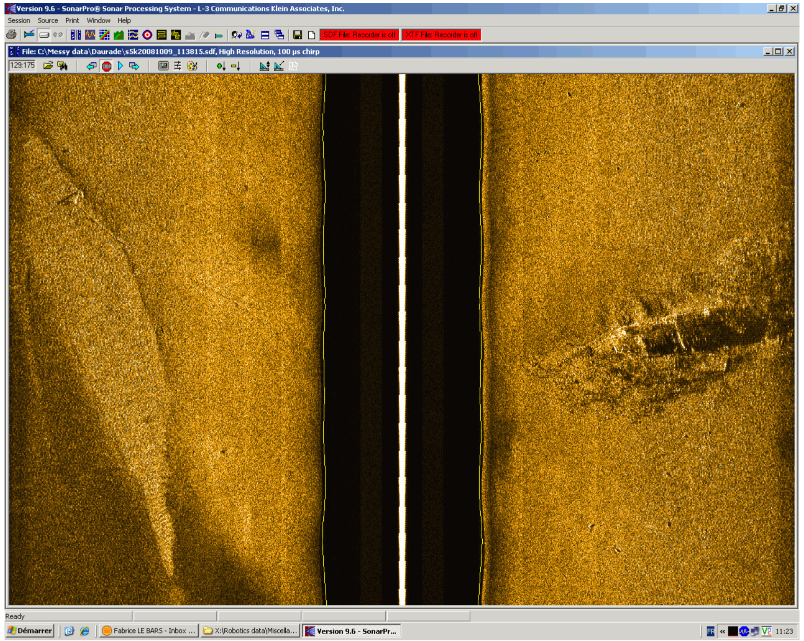
• Angles d'Euler, profondeur, altitude, vitesses, quelques positions GPS

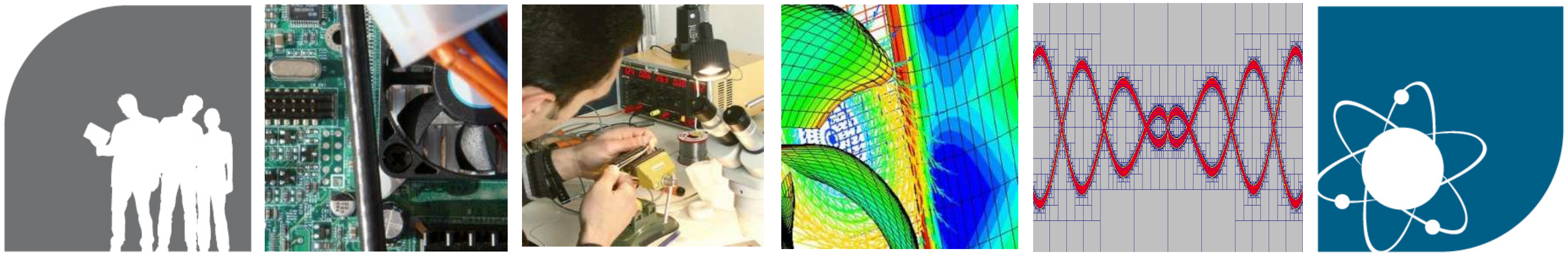
• Détections d'amers sur les images sonar (distance et temps)

Résultats voulus :

• Trajectoire du robot

• Position des amers dans la mer





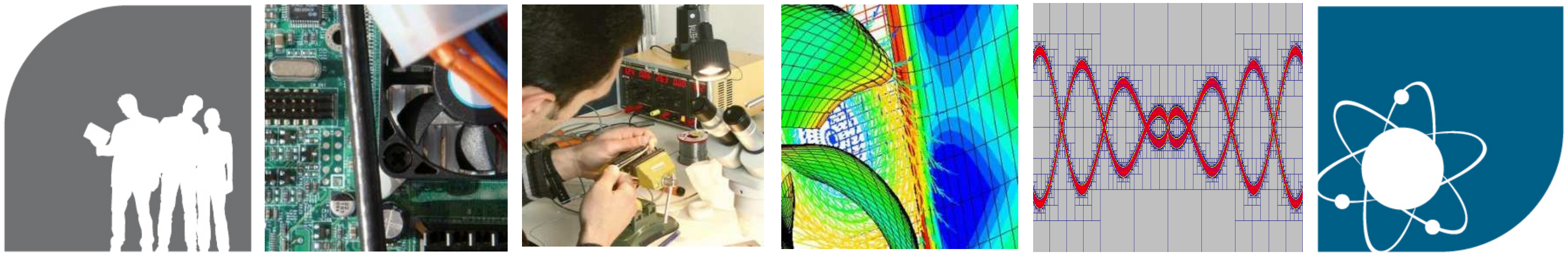
SLAM sous-marin offline

Equations : « Contraintes »

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}) & \text{(evolution equation)} \\ \mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) & \text{(observation equation)} \\ \mathbf{z}_i = \mathbf{h}(\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{m}_i) & \text{(mark equation)} \end{cases}$$

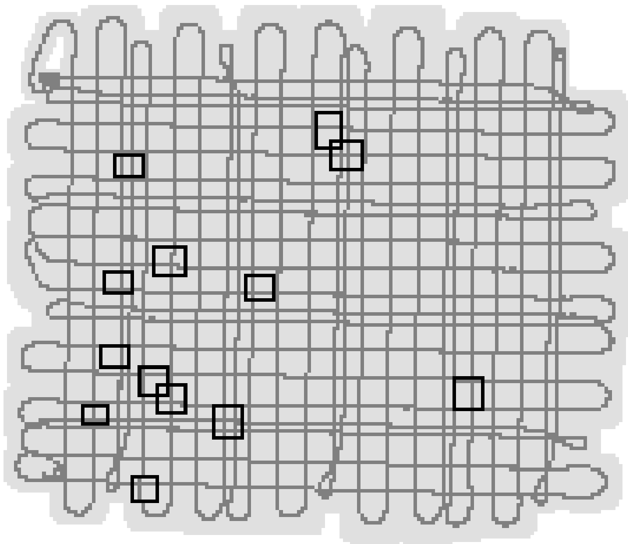
Propagation de contraintes :

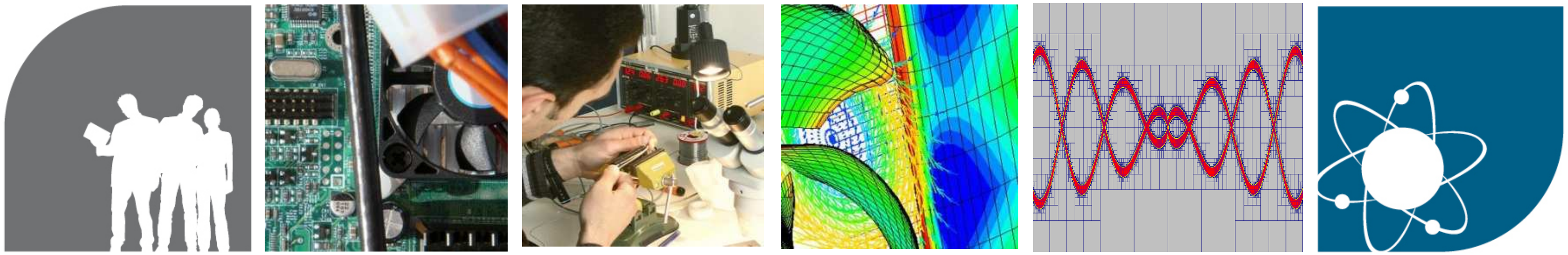
- Evolution : forward et backward par rapport au temps (après discrétisation)
- Observation : prise en compte des données GPS
- Mark : prise en compte des détections sonar



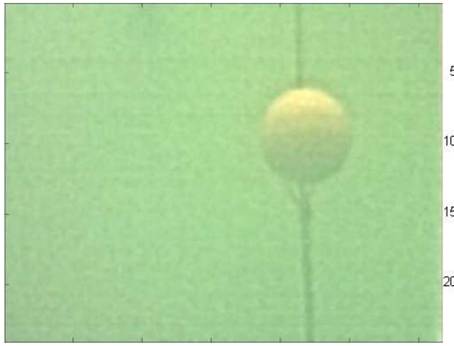
SLAM sous-marin offline

Résultats : enveloppe et centre de la trajectoire et pavés englobant la position des amers

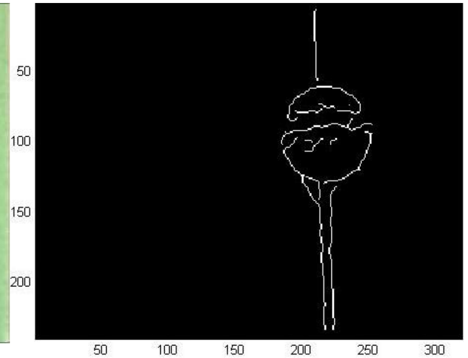




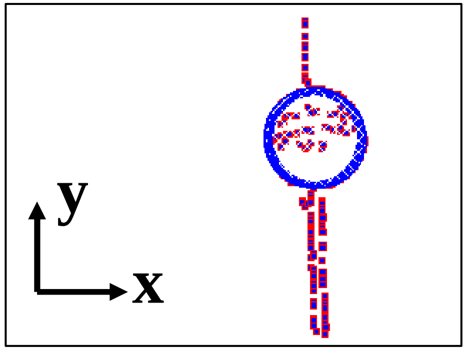
Traitement d'image : Hough intervalle



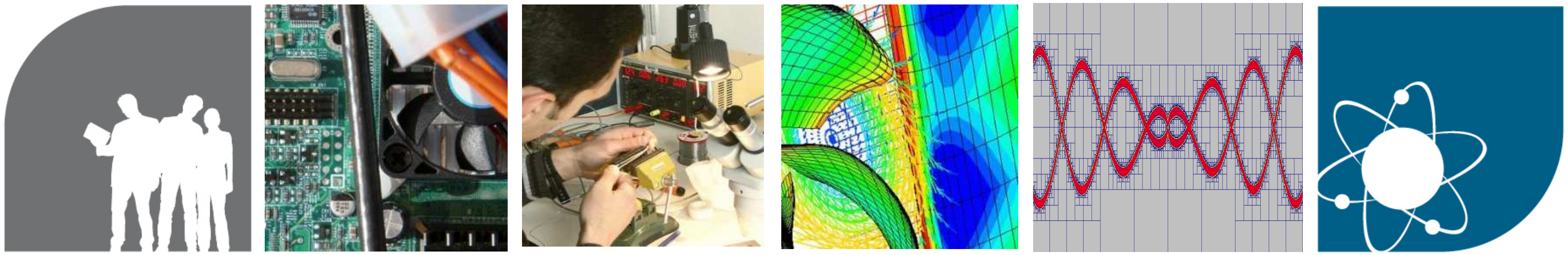
Bouée
sous-marine



Détection de
contours



Détection du
cercle



Traitement d'image : Hough intervalle

On cherche le cercle de paramètres $x=(x_1,x_2,x_3)$

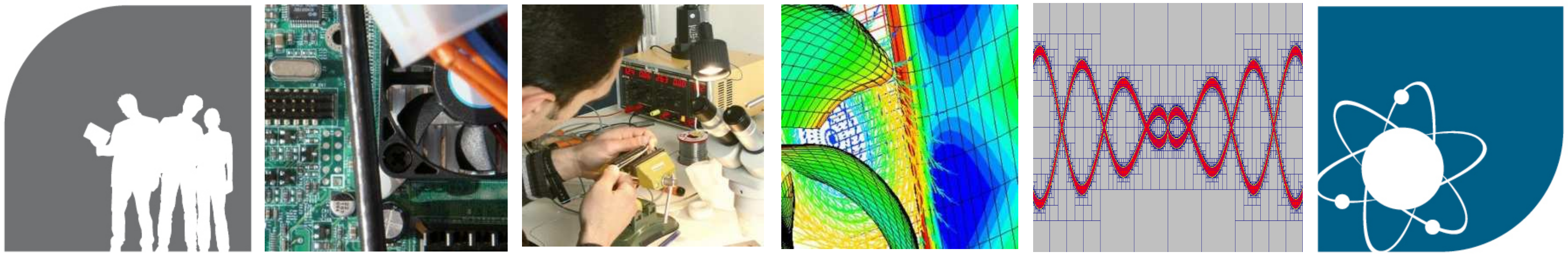
Contrainte pour chaque pixel **p** du contour

« Contrainte »

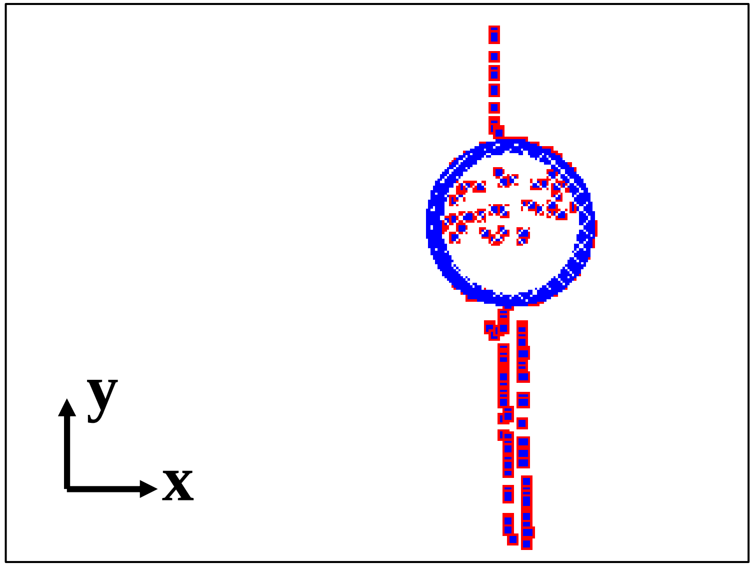
$$f(\mathbf{p},\mathbf{y}) = (p_1 - x_1)^2 + (p_2 - x_2)^2 - x_3^2 = 0, \mathbf{x} \in [\mathbf{x}], \mathbf{p} \in [\mathbf{p}].$$

Système d'équations relaxé (CSP relaxé)

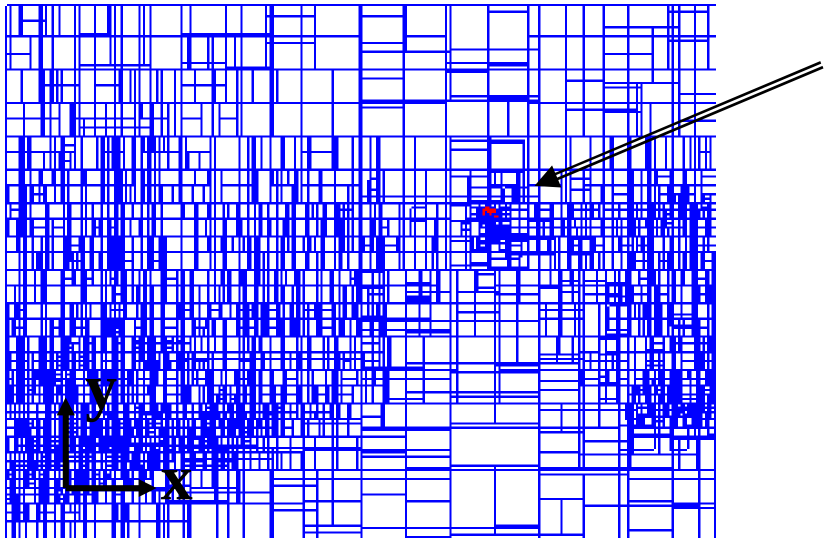
$$\begin{cases} f(\mathbf{x},\mathbf{p_1}) = 0 & \\ f(\mathbf{x},\mathbf{p_2}) = 0 & \mathbf{x} \in [\mathbf{x}], \\ \ldots & \forall i, \mathbf{p_i} \in [\mathbf{p_i}]. \\ f(\mathbf{x},\mathbf{p_n}) = 0 & \end{cases}$$



Traitement d'image : Hough intervalle

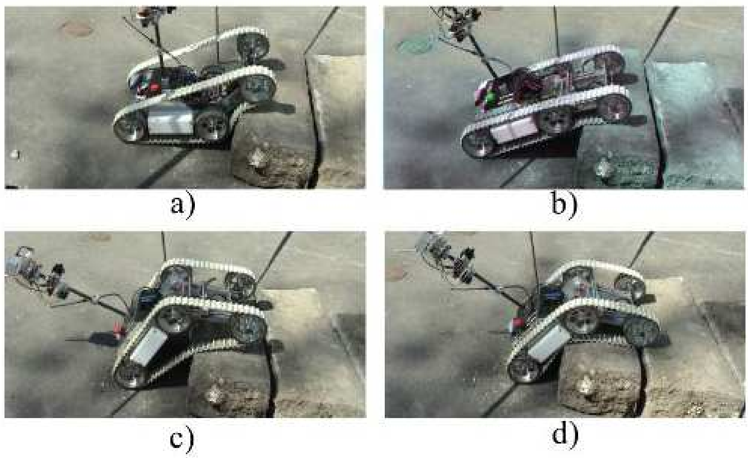


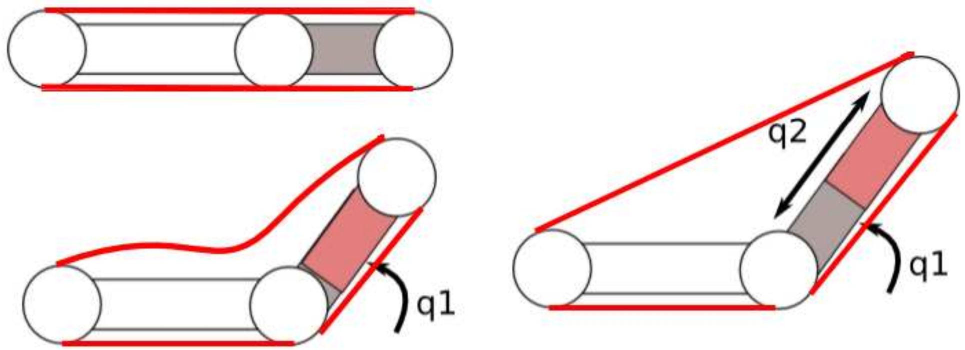
Détection du cercle



Espace de Paramètres (X,Y)

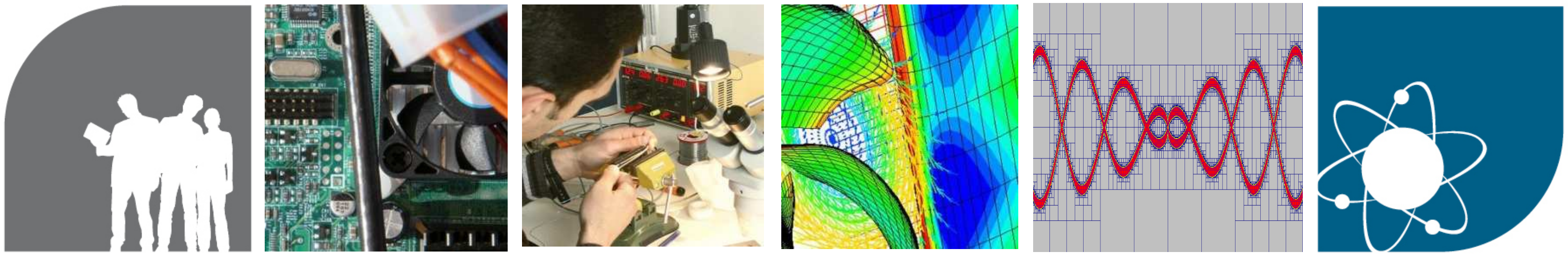
Estimation de paramètres





Robot de l'ISTIA à Angers [J.L.Paillat]

Problème: estimer q_1 et q_2



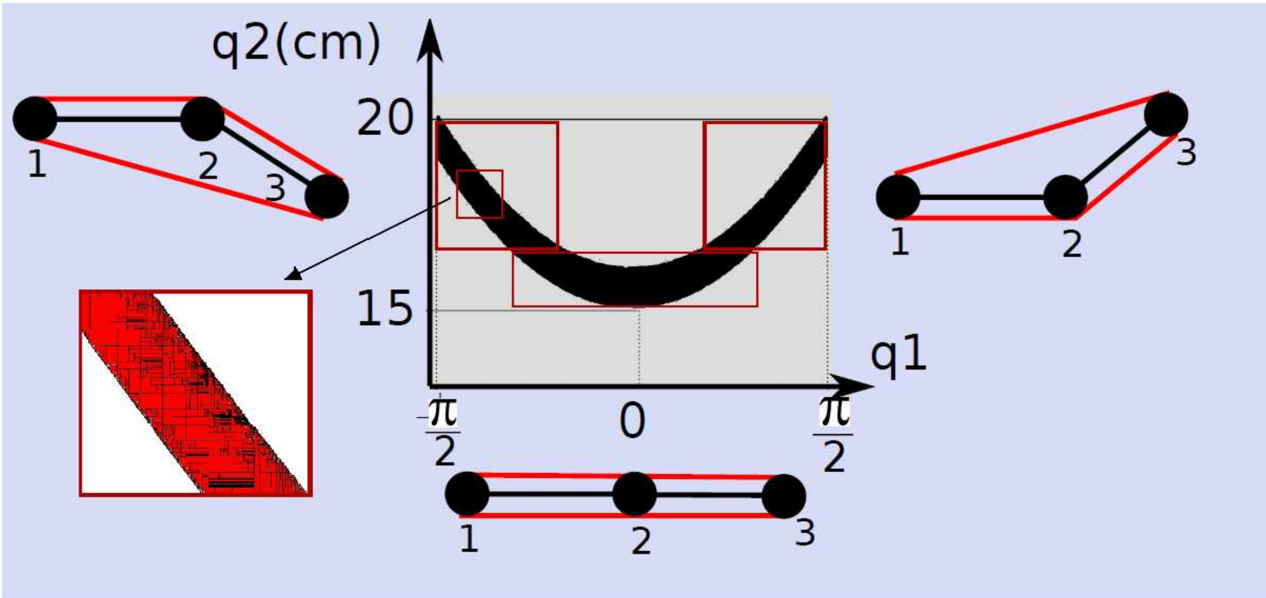
Estimation de paramètres

« Contrainte »

Contrainte entre q_1 et q_2 :

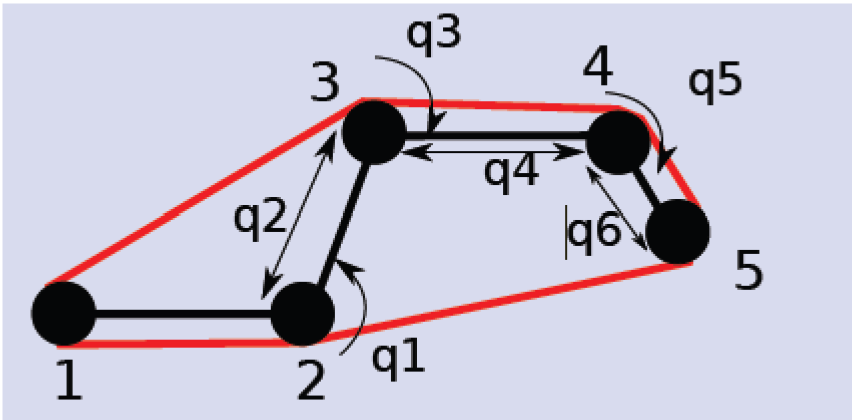
$$q_2 = f(q_1) = \frac{L_1^2 - K^2}{2(L_1 \cos(\pi - |q_1|) - K)}$$

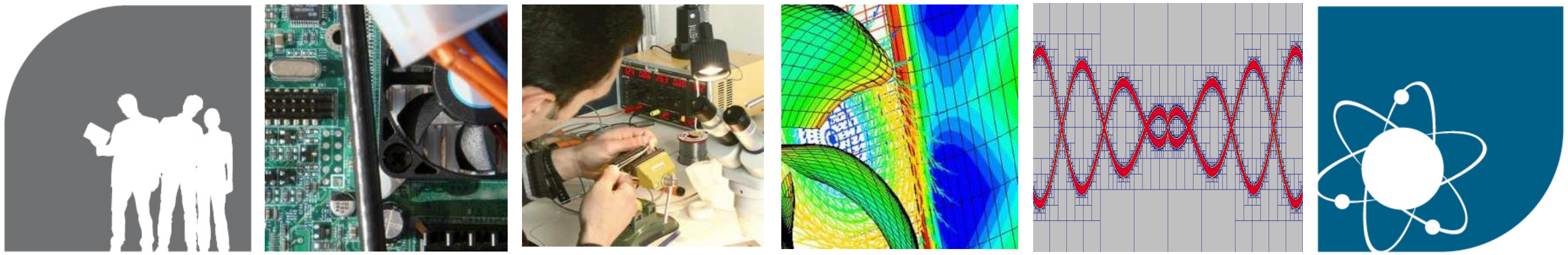
résolution



Estimation de paramètres

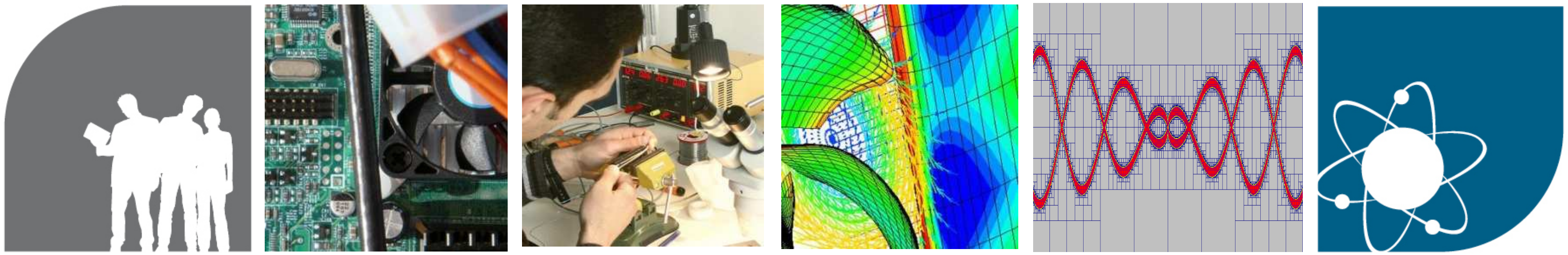
Plus de variables





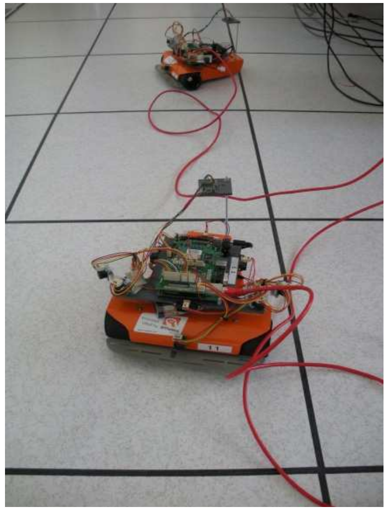
Avantages et inconvénients

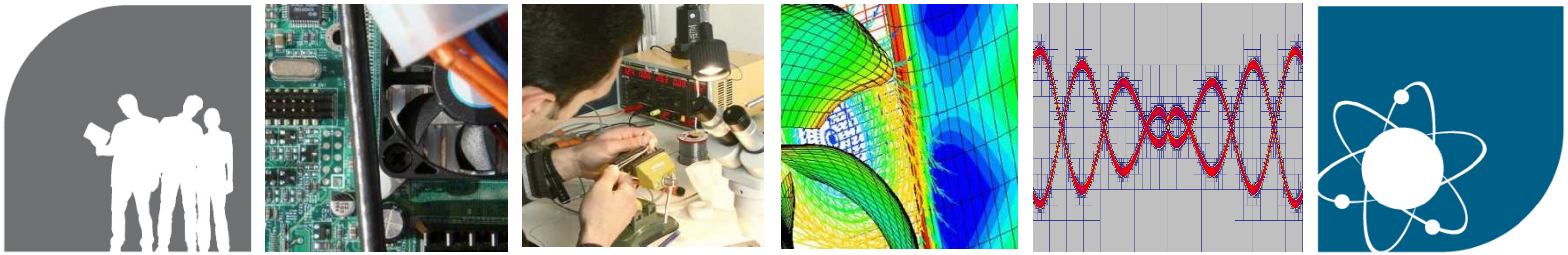
- **(+)** Méthodes globales garanties
- **(+)** Calcul Parallèle :
  - Ex : Implémentation sur GPU dans le cas du lancé de rayon (images)
  - Implémentation sur FPGA
- **(+)** Equations non-linéaires
- …
- **(-)** Ensembles solution parfois larges



Les robots de l'ENSIETA

- AUVs SAUC'ISSE et SARDINE : concours SAUC-E
- Meute de robots terrestres : robots JOG (enseignement), CAROTTE
- Quadrirotor : associé à la meute de robots terrestres
- Voiliers : challenge Microtransat





Conclusion

- Méthodes très prometteuses dans le domaine de la robotique