



## LABORATOIRE DES SIGNAUX ET SYSTÈMES

Unité mixte de recherche 8506

3, rue Joliot-Curie

91192 GIF-SUR-YVETTE Cedex (France)

Téléphone : 01 69 85 17 12 — Télécopie : 01 69 85 17 69

Courriel : [prénom.nom@lss.supelec.fr](mailto:prénom.nom@lss.supelec.fr)

Site internet : [www.lss.supelec.fr](http://www.lss.supelec.fr)

Antoine Girard

Directeur de Recherche CNRS

01 69 85 13 42

[Antoine.Girard@l2s.centralesupelec.fr](mailto:Antoine.Girard@l2s.centralesupelec.fr)

<https://sites.google.com/site/antoinesgirard/>

Gif-sur-Yvette, Le 19/11/2019

Rapport sur le mémoire de M. Thomas LE MEZO intitulé  
**« Bracketing largest invariant sets of dynamical systems -  
An application to drifting underwater robots in ocean currents »**  
Pour l'obtention du grade de Docteur de l'Université Bretagne Loire

La thèse présentée par M. Thomas LE MEZO a été co-dirigée par M. Luc JAULIN, M. Damien MASSE et M. Benoit ZERR.

Cette thèse porte sur le calcul garanti d'ensembles invariants pour des systèmes dynamiques. La thèse introduit un nouveau domaine abstrait, les « labyrinthes » (ou « mazes » en anglais) pour représenter numériquement les chemins d'un système dynamique. Des algorithmes sont développés pour le calcul d'approximations intérieures et extérieures des ensembles invariants maximaux d'un système dynamique. Il est ensuite montré comment ces algorithmes peuvent être adaptés pour résoudre nombre de problèmes classiques de la théorie des systèmes dynamiques. Ces méthodes sont appliquées à l'analyse d'un cas réel de contrôle de robots sous-marin, et validées expérimentalement.

Le travail présenté dans cette thèse utilise les outils de l'analyse par intervalles pour le calcul numérique garanti ainsi que la théorie de l'interprétation abstraite pour l'analyse des algorithmes de point fixe utilisés dans le calcul d'approximations des ensembles invariants. Un travail significatif de programmation a également été nécessaire pour la réalisation de ce travail. Par ailleurs, des expérimentations sur un robot sous-marin ont été effectuées.

Le mémoire de thèse comporte autour de 200 pages, il est rédigé en anglais. Il commence par une introduction présentant la motivation de ce travail, l'organisation du document et les principales contributions. Les chapitres 2 à 5 constituent le cœur du document et sont discutés plus en détail dans la suite de ce rapport. Le document se

termine par un résumé des contributions de la thèse et une présentation rapide des principales perspectives de ce travail.

Le chapitre 2 introduit la problématique de la thèse et présente le socle méthodologique de ce travail. Ainsi, sont discutées dans ce chapitre, la théorie des systèmes dynamiques, l'interprétation abstraite, l'analyse par intervalles et la programmation par contraintes. Ce chapitre introduit les outils nécessaires pour comprendre les chapitres suivants et montre la grande variété des outils utilisés dans ce travail. Il me semble toutefois que la présentation aurait sans doute gagné à être un peu plus synthétique.

Le chapitre 3 constitue à mon avis la contribution principale de la thèse. Thomas LE MEZO introduit un nouveau domaine abstrait, les « labyrinthes » pour représenter numériquement les chemins d'un système dynamique. Il est montré que ce domaine abstrait possède les bonnes propriétés permettant de s'appuyer sur la théorie de l'interprétation abstraite. Ainsi, il est possible de calculer des approximations intérieures et extérieures des ensembles invariants maximaux par des algorithmes de point fixe. L'approche proposée est très élégante. Une question que l'on se pose est si l'approximation intérieure est-elle même un invariant du système dynamique. Ensuite, il est montré comment améliorer itérativement la qualité des approximations par des algorithmes de bisection. L'amélioration n'est cependant garantie qu'en dimension deux, sauf à utiliser des labyrinthes à portes polytopiques. Les algorithmes sont appliqués de manière convaincante au système de Van Der Pol, et étendus pour calculer le noyau de viabilité pour des inclusions différentielles.

Le chapitre 4 montre comment de nombreux problèmes de la théorie des systèmes dynamiques peuvent être résolus grâce aux algorithmes pour le calcul d'invariants : calcul de l'ensemble atteignable en avant et en arrière, du bassin d'attraction, du « capture reach set ». Ces méthodes peuvent à leur tour être combinées pour estimer les trajectoires d'un système dynamique réalisant une séquence de tâches où certaines régions de l'espace d'états doivent être atteintes et d'autres doivent être évitées. Des exemples numériques viennent illustrer chacun de ces problèmes. Ce chapitre montre bien l'étendue des applications possibles des algorithmes développés dans le chapitre 3.

Le chapitre 5 présente une application à un cas réel. Il s'agit de contrôler la profondeur d'un robot sous-marin. En effet, en contrôlant cette profondeur il est possible de se déplacer latéralement grâce aux courants marins. Le chapitre présente le prototype considéré, sa modélisation, et les algorithmes retenus pour le contrôle (linéarisation par bouclage) et l'estimation (filtre de Kalman étendu). Les résultats expérimentaux sont ensuite discutés. Les algorithmes développés dans les chapitres précédents sont ensuite utilisés pour valider numériquement la loi de commande proposée.

## **Conclusion**

M. Thomas LE MEZO présente dans sa thèse un ensemble de résultats sur l'approximation des ensembles invariants maximaux d'un système dynamique. En s'appuyant sur l'analyse par intervalles et l'interprétation abstraite, il a proposé des algorithmes novateurs basés sur un nouveau domaine abstrait : les « labyrinthes ». Il a montré comment ces algorithmes pouvaient servir à résoudre de nombreux problèmes

tout à fait pertinents pour l'analyse des systèmes dynamiques. Les algorithmes proposés ont été implémentés au sein d'une librairie et validés sur de nombreux exemples numériques. Ils ont également été utilisés dans le cadre d'une étude expérimentale en robotique sous-marine. Ainsi, cette thèse présente un équilibre remarquable entre travail théorique, développement numérique et validation expérimentale à l'interface de l'automatique, de l'informatique et de la robotique. La thèse est agréable à lire et comporte de nombreuses illustrations.

En résumé, les travaux présentés par M. LE MEZO sont originaux et d'un excellent niveau scientifique. Par ailleurs, ce travail a donné lieu à trois articles dans de très bons journaux (IEEE Transactions on Automatic Control, Applied Mathematics and Computation, International Journal of Control) et à plusieurs présentations dans des congrès et workshops.

Avis très favorable pour la soutenance de cette thèse pour l'obtention du grade de Docteur de de l'Université Bretagne Loire

Fait à Gif-sur-Yvette, le 19 novembre 2019

Antoine Girard  
Directeur de recherche CNRS

