Evaluation de performance en navigation

L. Jaulin, A. Bertholom, F. Dabe
ENSIETA, GESMA, Brest

Workshop sur
la navigation sur amers en milieu sous-marin
Jeudi 14 juin 2007

Plan

1. Intervalles

2. Propagation

3. Evaluation d'un système de mesure

4. Application à la navigation

1 Intervalles

Une variable aléatoire x réelle peut être représentée par un intervalle $[x]$ tel que

$$\mathrm{Supp}\,(p_x) \subset [x].$$

Intérêt : La manipulation est plus facile.

1.1 Arithmétique sur les intervalles

Si $\diamond \in \{+, -, ., /, \max, \min\}$, on a

$$[x] \diamond [y] = [\{x \diamond y \mid x \in [x], y \in [y]\}] \,.$$

Par exemple,

$$\begin{aligned}
[-1,3] + [2,5] &= [1,8], \\
[-1,3].[2,5] &= [-5,15], \\
[-1,3]/[2,5] &= [-\tfrac{1}{2}, \tfrac{3}{2}],
\end{aligned}$$

1.2 Projection

Soient x, y, z trois variables telles que

$$
\begin{aligned}
x &\in [-\infty, 5], \\
y &\in [-\infty, 4], \\
z &\in [6, \infty], \\
z &= x + y.
\end{aligned}
$$

Les valeurs < 2 pour x, < 1 pour y et > 9 pour z sont inconsistantes.

En effet, puisque $x \in [-\infty, 5], y \in [-\infty, 4], z \in [6, \infty]$ et $z = x + y$, nous avons

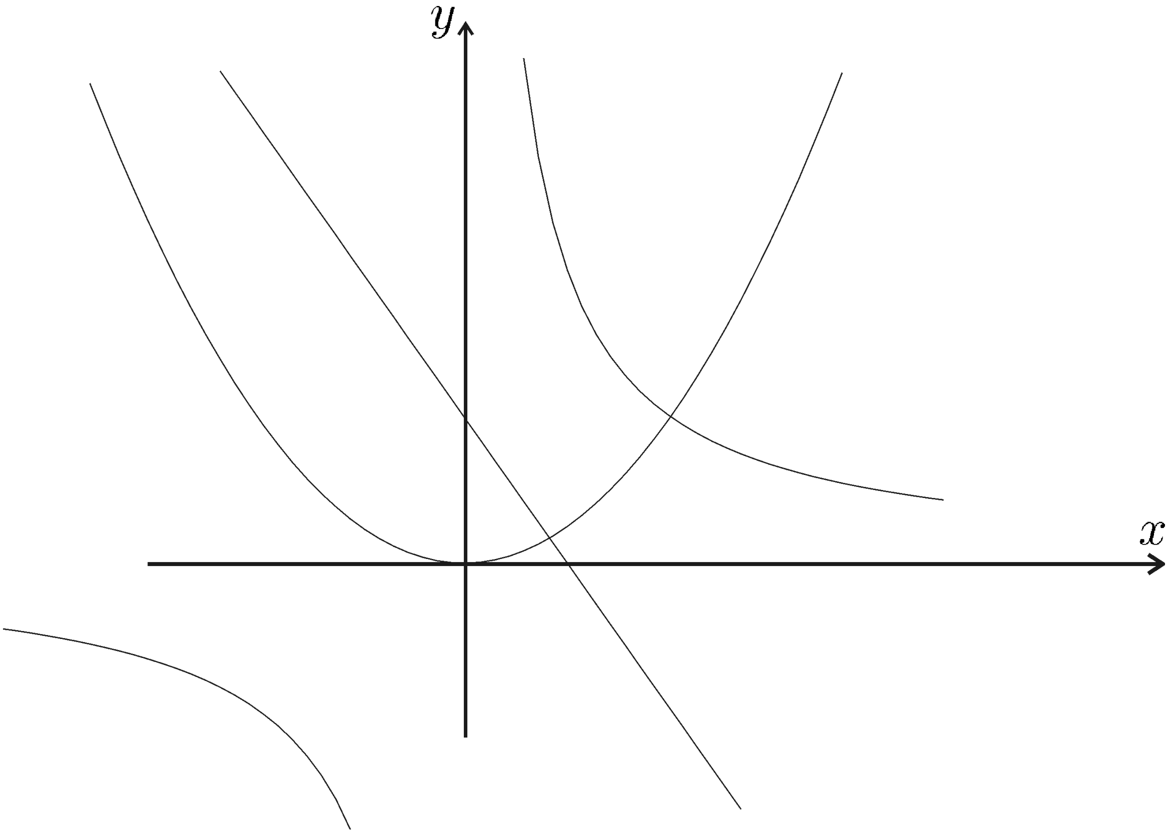
$$
\begin{aligned}
z = x + y \Rightarrow \quad z \in \quad & [6, \infty] \cap ([-\infty, 5] + [-\infty, 4]) \\
& = [6, \infty] \cap [-\infty, 9] = [6, 9]. \\
x = z - y \Rightarrow \quad x \in \quad & [-\infty, 5] \cap ([6, \infty] - [-\infty, 4]) \\
& = [-\infty, 5] \cap [2, \infty] = [2, 5]. \\
y = z - x \Rightarrow \quad y \in \quad & [-\infty, 4] \cap ([6, \infty] - [-\infty, 5]) \\
& = [-\infty, 4] \cap [1, \infty] = [1, 4].
\end{aligned}
$$

2 Propagation

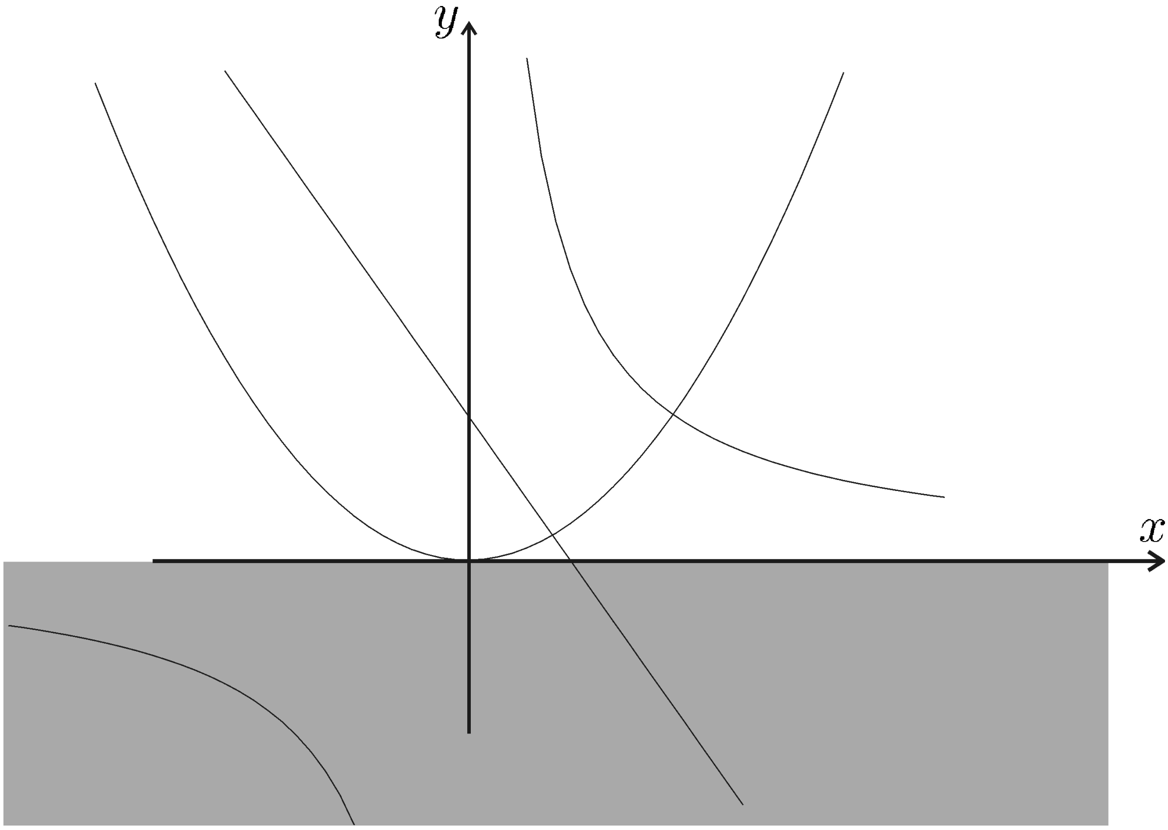
Considérons le problème à trois contraintes

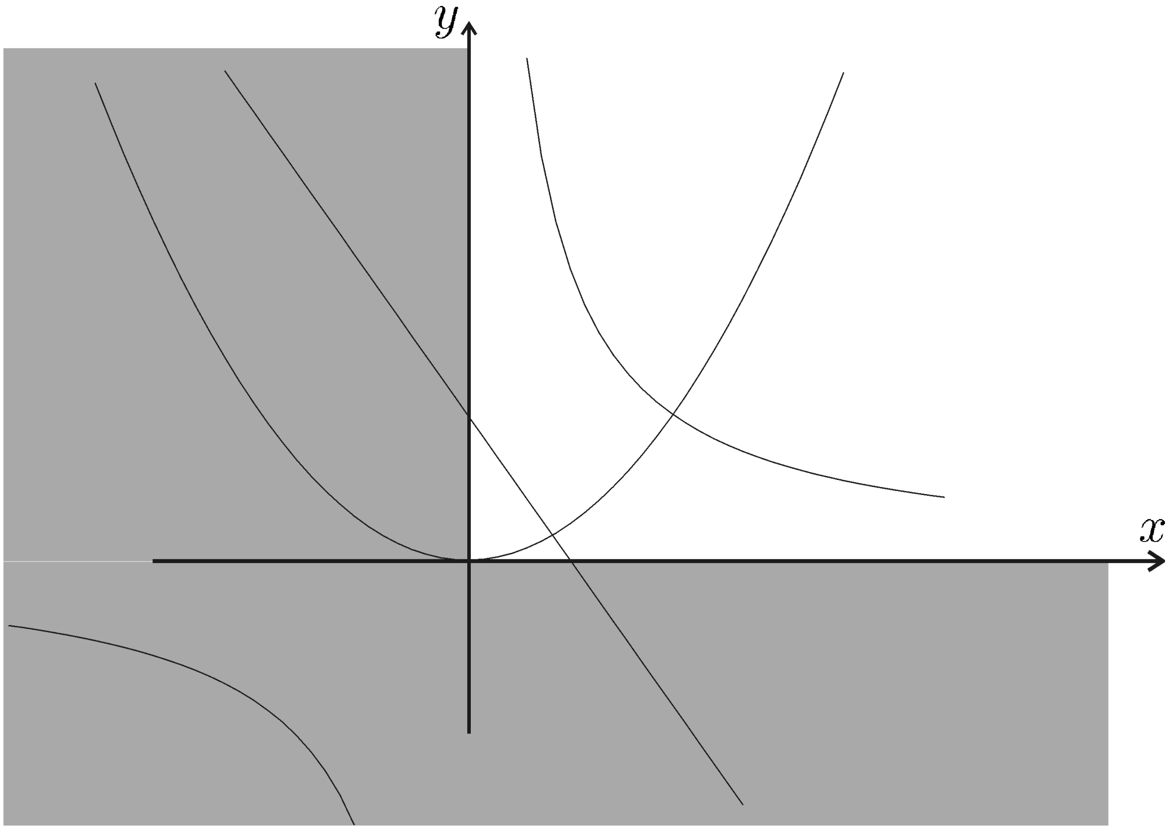
$$\begin{cases} (C_1): & y = x^2 \\ (C_2): & xy = 1 \\ (C_3): & y = -2x + 1 \end{cases}$$

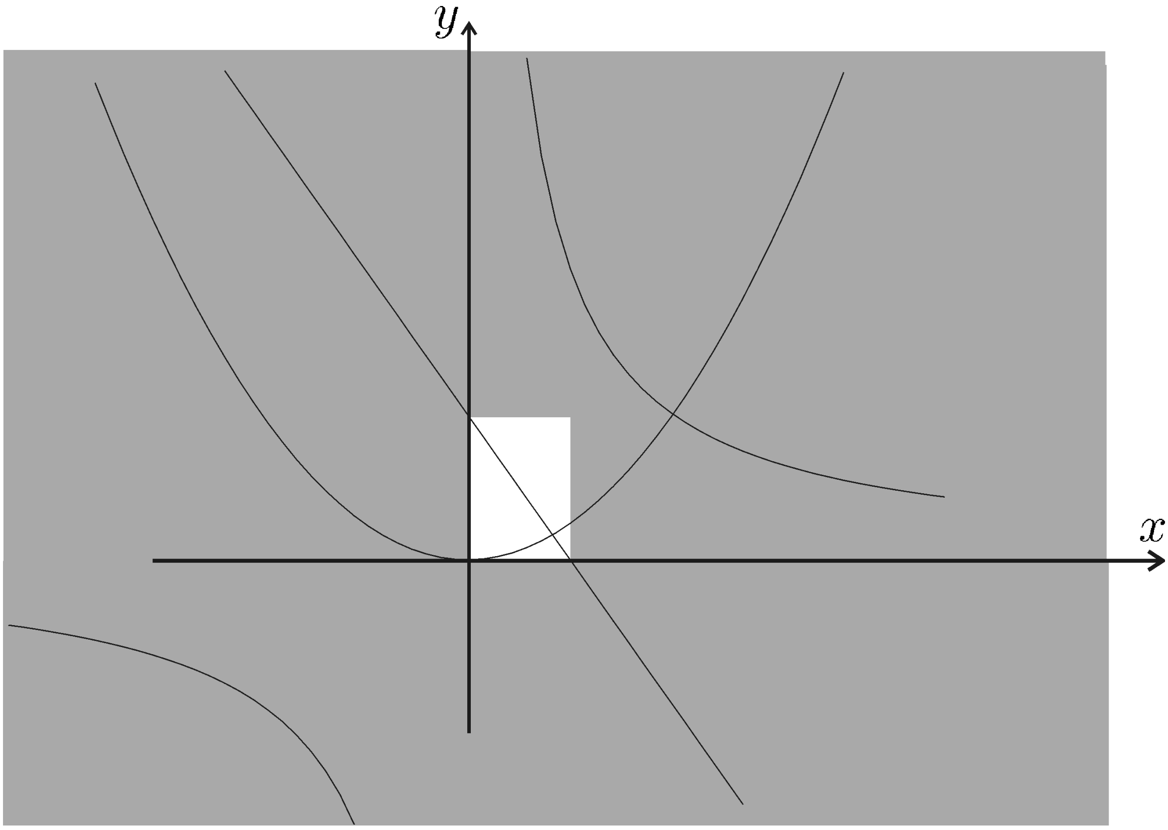
Pour chacune de ces variables, nous affectons le domaine $[-\infty, \infty]$.
La *propagation* consiste à projeter ces contraintes jusqu'à l'équilibre.



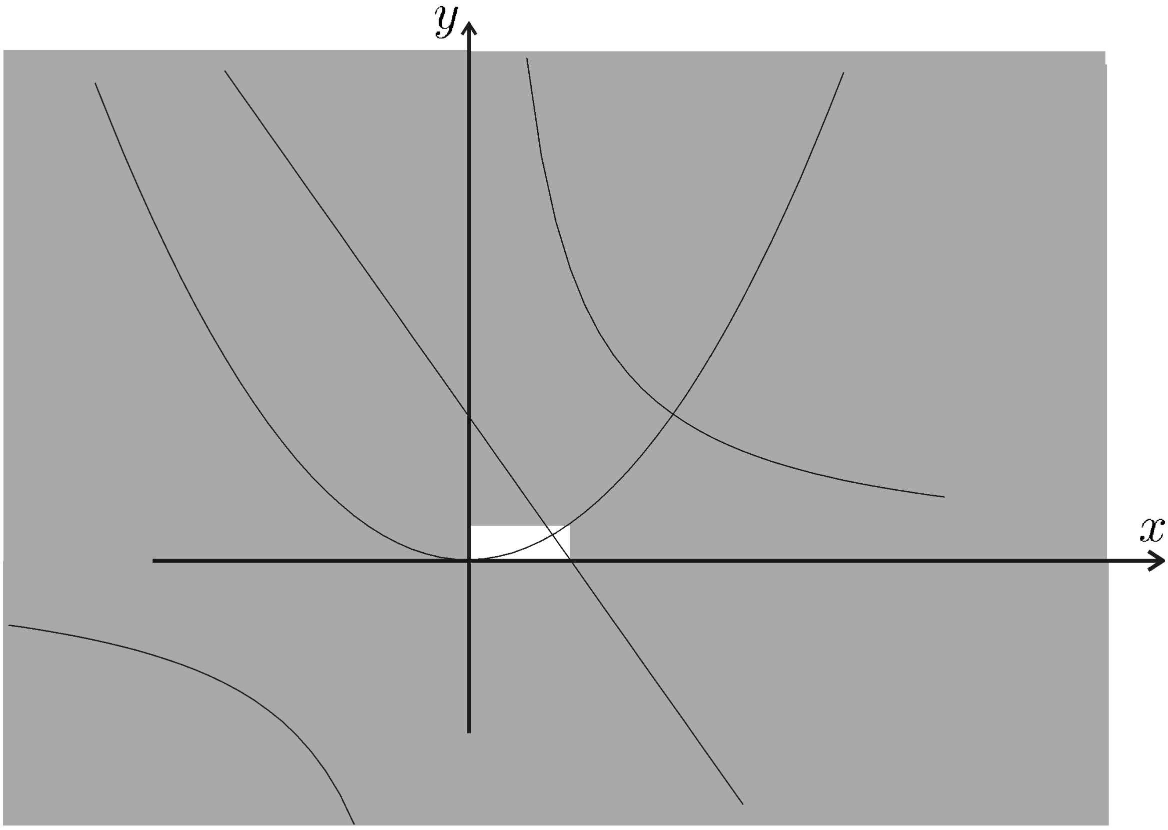
y
x


y
x

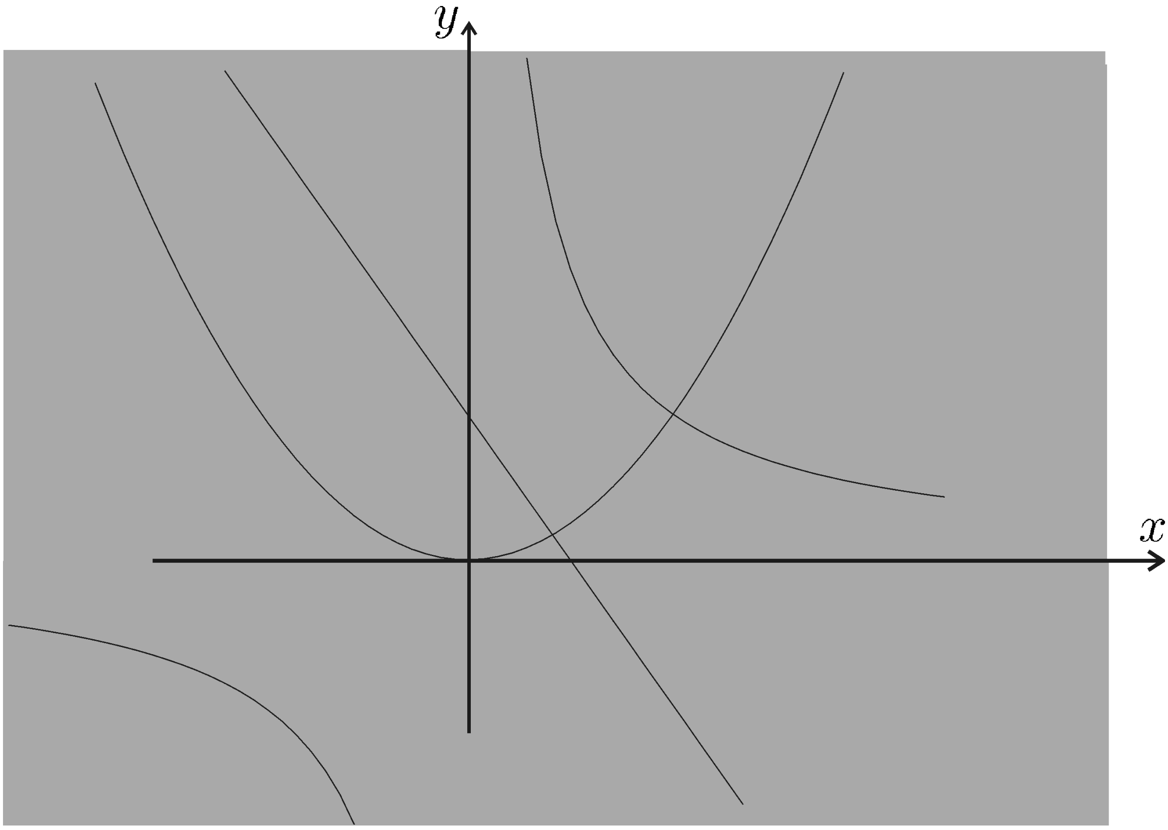

y
x

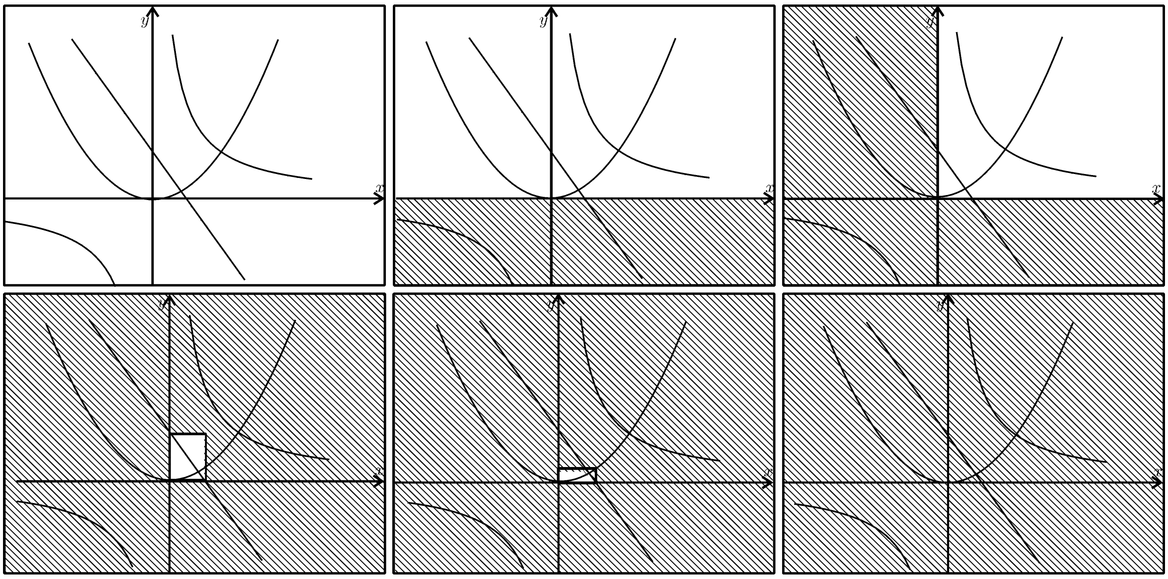


y
x



y
x


y
x


y
x
y
x
y
x

$$
\begin{array}{lll}
(C_1) \Rightarrow & y \in & [-\infty, \infty]^2 \ = \ [0, \infty] \\
(C_2) \Rightarrow & x \in & 1/[0, \infty] \ = [0, \infty] \\
(C_3) \Rightarrow & y \in & [0, \infty] \ \cap \ ((-2)\,.[0, \infty] + 1) \\
 & & = [0, \infty] \ \cap \ ([-\infty, 1]) = [0, 1] \\
 & x \in & [0, \infty] \ \cap \ (-[0, 1]/2 + 1/2) = [0, \frac{1}{2}] \\
(C_1) \Rightarrow & y \in & [0, 1] \cap [0, 1/2]^2 = [0, 1/4] \\
(C_2) \Rightarrow & x \in & [0, 1/2] \ \cap \ 1/[0, 1/4] = \emptyset \\
 & y \in & [0, 1/4] \cap 1/\emptyset = \emptyset
\end{array}
$$

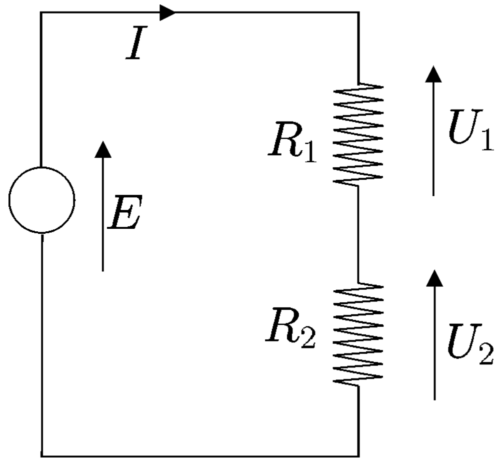
3 Evaluation d'un système de mesure

On a une pile et deux résistances.

Pile : $E = 25V$,

Résistance : $R_1 = 2\Omega, R_2 = 3\Omega$.

3.1 Expérience 1



Contraintes

$$
\begin{aligned}
P &= EI;\ E = (R_1 + R_2)\, I; \\
U_1 &= R_1 I;\ U_2 = R_2 I;\ E = U_1 + U_2.
\end{aligned}
$$

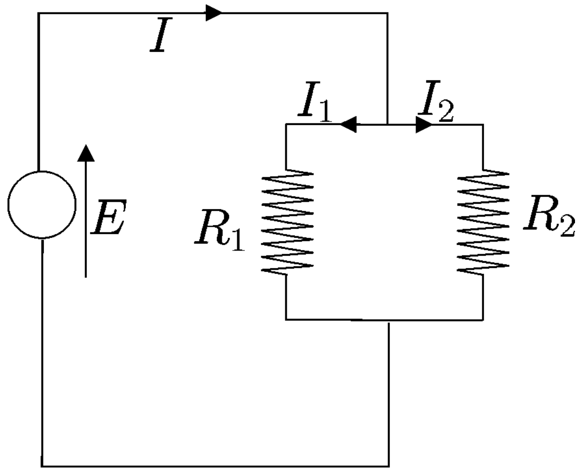
Domaines initiaux

$$
\begin{array}{ccc}
R_1 \in [0, \infty]\Omega & R_2 \in [0, \infty]\Omega & E \in [23, 26]\mathrm{V} \\
P \in [124, 130]\mathrm{W} & I \in [4, 8]\mathrm{A} & \\
U_1 \in [10, 11]\mathrm{V} & U_2 \in [14, 17]\mathrm{V}. &
\end{array}
$$

Les domaines contractés sont

$$
\begin{array}{ccc}
R_1 \in [\mathbf{1.84}, \mathbf{2.31}]\,\Omega & R_2 \in [\mathbf{2.58}, \mathbf{3.35}]\Omega & E \in [\mathbf{24}, 26]\mathrm{V} \\
P \in [124, 130]\mathrm{W} & I \in [\mathbf{4.769}, \mathbf{5.417}]\,\mathrm{A} & \\
U_1 \in [10, 11]\mathrm{V} & U_2 \in [14, \mathbf{16}]\mathrm{V}. &
\end{array}
$$

3.2 Expérience 2



Contraintes

$$I = I_1 + I_2;\ E = R_1 I_1; E = R_2 I_2;\ P = E * I.$$

Domaines initiaux

$$\begin{array}{lll} R_1 \in [0, \infty]\Omega & R_2 \in [0, \infty]\Omega & P \in [520, 550] \\ E \in [24, 30]\mathrm{V} & I \in [16, 21]\mathrm{A} & \\ I_1 \in [11, 15]\mathrm{A} & I_2 \in [8, 12]\mathrm{A}. & \end{array}$$

Les domaines contractés sont

$$\begin{array}{ccc} R_1 \in [\mathbf{1.9}, \mathbf{2.63}]\,\Omega & R_2 \in [\mathbf{2.47}, \mathbf{3.61}]\Omega & P \in [520, 550]\mathrm{W} \\ E \in [\mathbf{24.76}, 28.94]\mathrm{V} & I \in [\mathbf{19}, 21]\,\mathrm{A} & \\ I_1 \in [11, \mathbf{13}]\mathrm{V} & I_2 \in [8, \mathbf{10}]\mathrm{V}. & \end{array}$$

3.3 Fusion

On peut fusionner en concaténant les deux CSPs et en liant les variables.

3.4 Evaluation

Si on a un capteur extérieur (à évaluer) capable de mesurer (R_1, R_2) avec une précision en norme < 1. On a

$$\left(R_1 - \tilde{R}_1\right)^2 + \left(R_2 - \tilde{R}_2\right)^2 < 1.$$

Une inconsistance peut traduire un défaut du capteur.

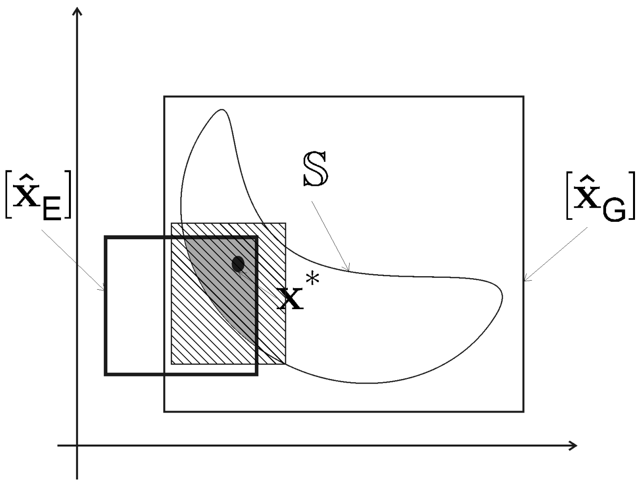
$\mathbf{x}$: variables de notre problème.

$\mathbf{x}^*$: la solution vraie

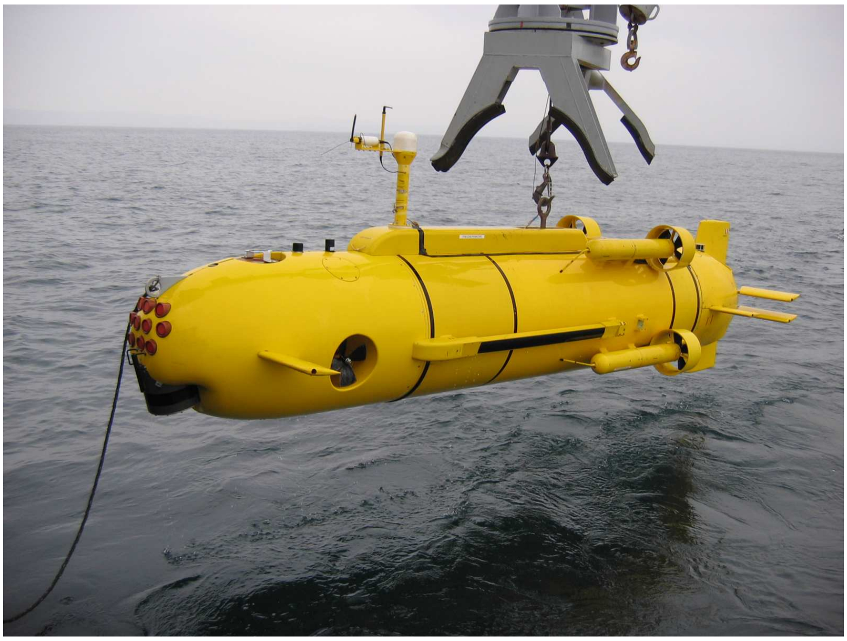
$\mathbb{S}$: ensemble de tous les $\mathbf{x}$ que l'on sait possibles.

$[\hat{\mathbf{x}}_{\mathsf{E}}]$: pavé généré par le système extérieur

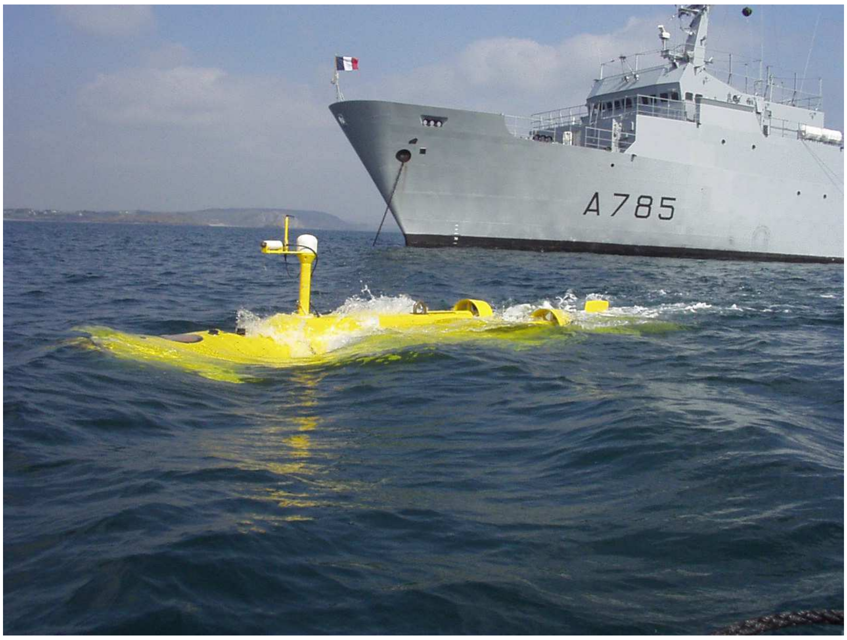
$[\hat{\mathbf{x}}_{\mathsf{G}}]$: pavé généré par propagation avant fusion.



4 GESMI



Le *Redermor*, GESMA
(Groupe d'Etude Sous-Marine de l'Atlantique)



Le *Redermor* à la surface

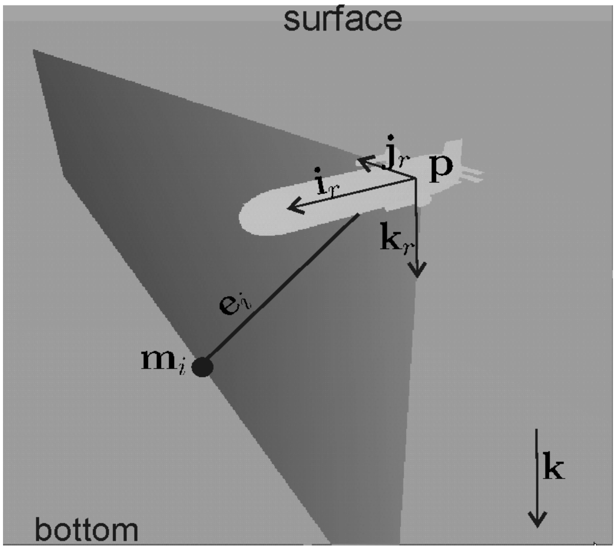
Montrer la simulation

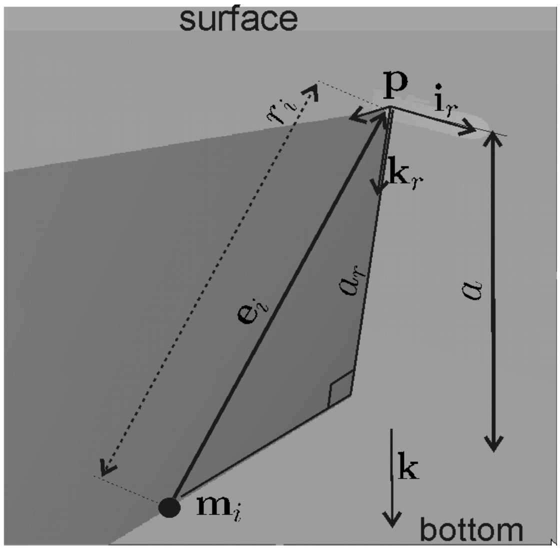
4.1 Capteurs

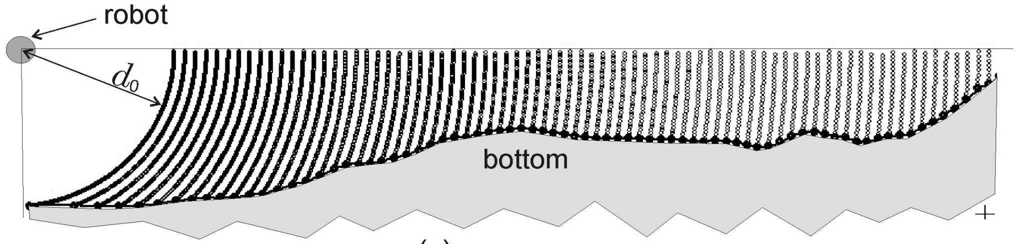
Un GPS (Global positioning system), disponible à la surface.

$$\begin{array}{ll} t_0 = 6000 \text{ s}, & \ell^0 = (-4.4582279^\circ, 48.2129206^\circ) \pm 2.5m \\ t_f = 12000 \text{ s}, & \ell^f = (-4.4546607^\circ, 48.2191297^\circ) \pm 2.5m \end{array}$$

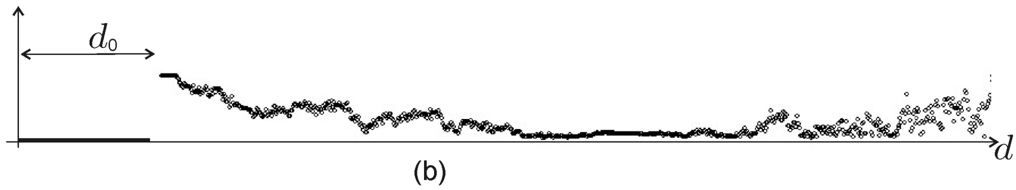
Un sonar (KLEIN 5400 side scan sonar). Donne la distance r entre le robot et la mine.



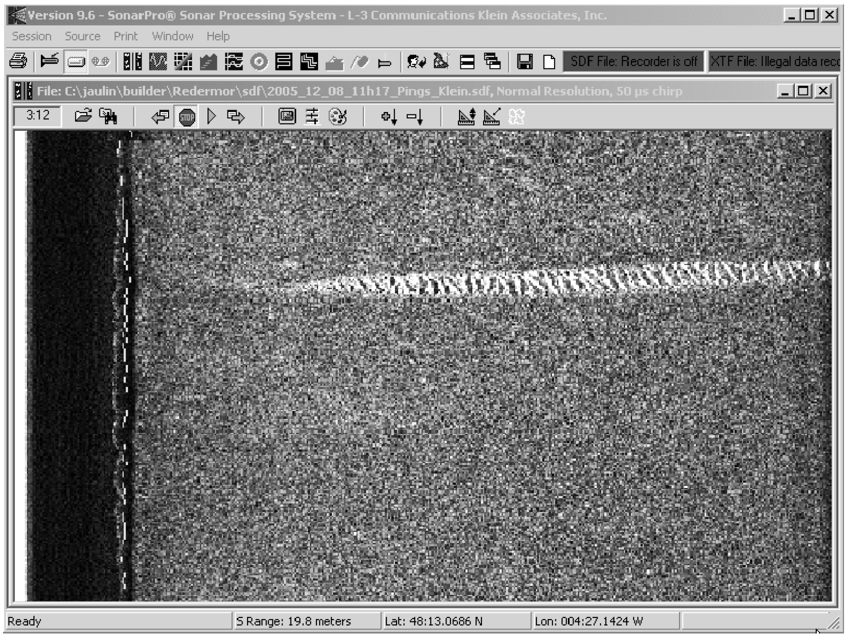




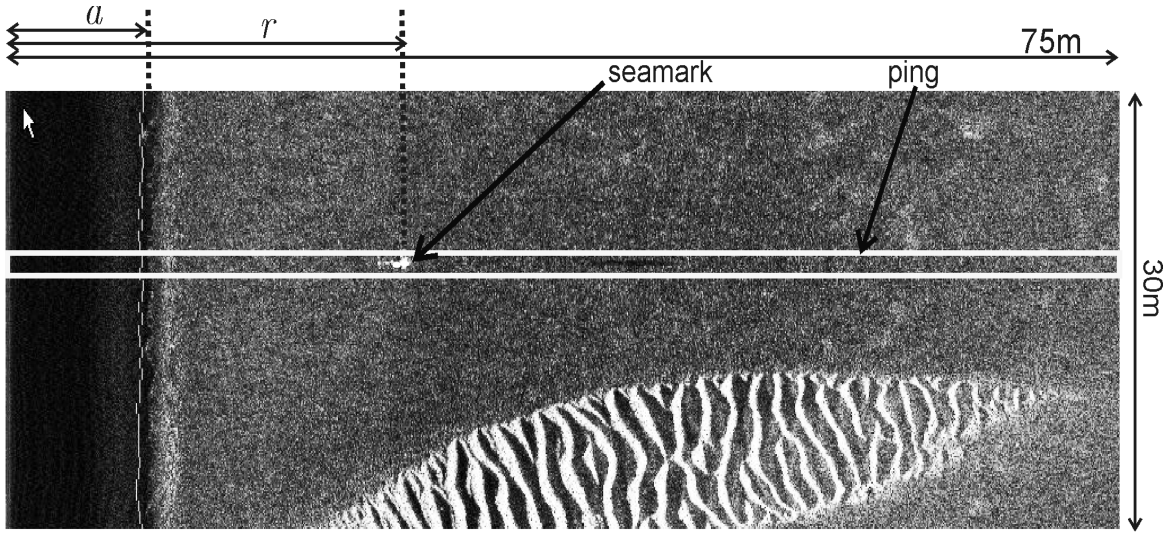
(a)



(b)



Screenshot du logiciel SonarPro

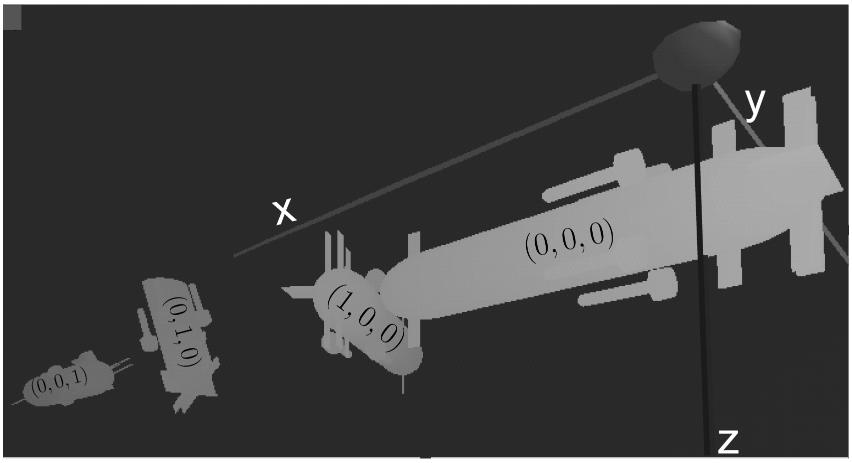


Détection d'une mine à l'aide de SonarPro

Le Loch-Doppler renvoie la vitesse du robot $\mathbf{v}_r$ et son altitude a.

Une centrale inertielle (Octans III from IXSEA) renvoie le roulis ϕ, le tangage θ et le cap ψ du robot.

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \in \begin{pmatrix} \tilde{\phi} \\ \tilde{\theta} \\ \tilde{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1.75 \times 10^{-4}.\,[-1,1] \\ 1.75 \times 10^{-4}.\,[-1,1] \\ 5.27 \times 10^{-3}.\,[-1,1] \end{pmatrix}.$$



4.2 Données

Pour chaque $t \in \{6000.0, 6000.1, 6000.2, \ldots, 11999.4\}$, nous avons des intervalles pour

$$\phi(t), \theta(t), \psi(t), v_r^x(t), v_r^y(t), v_r^z(t), a(t).$$

Six mines ont été détectées manuellement, à l'aide de SonarPro.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\tau(i)$	7054	7092	7374	7748	9038	9688	10024	10817	11172	11232	11279	11688
$\sigma(i)$	1	2	1	0	1	5	4	3	3	4	5	1
$\tilde{r}(i)$	52.42	12.47	54.40	52.68	27.73	26.98	37.90	36.71	37.37	31.03	33.51	15.05

4.3 Contraintes

$$t \in \{6000.0, 6000.1, 6000.2, \ldots, 11999.4\},$$

$$i \in \{0, 1, \ldots, 11\},$$

$$\begin{pmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \end{pmatrix} = \frac{\pi . R_\mathsf{T}}{180} . \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \cos\left(\ell_y^0(t) * \frac{\pi}{180}\right) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_x(t) - \ell_x^0 \\ \ell_y(t) - \ell_y^0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{p}(t) = (p_x(t), p_y(t), p_z(t)),$$

$$\mathbf{R}_\psi(t) = \begin{pmatrix} \cos\psi(t) & -\sin\psi(t) & 0 \\ \sin\psi(t) & \cos\psi(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_\theta(t) = \begin{pmatrix} \cos\theta(t) & 0 & \sin\theta(t) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta(t) & 0 & \cos\theta(t) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_\varphi(t) = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi(t) & -\sin\varphi(t) \\ 0 & \sin\varphi(t) & \cos\varphi(t) \end{array} \right),$$

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}_\psi(t)\mathbf{R}_\theta(t)\mathbf{R}_\varphi(t),$$

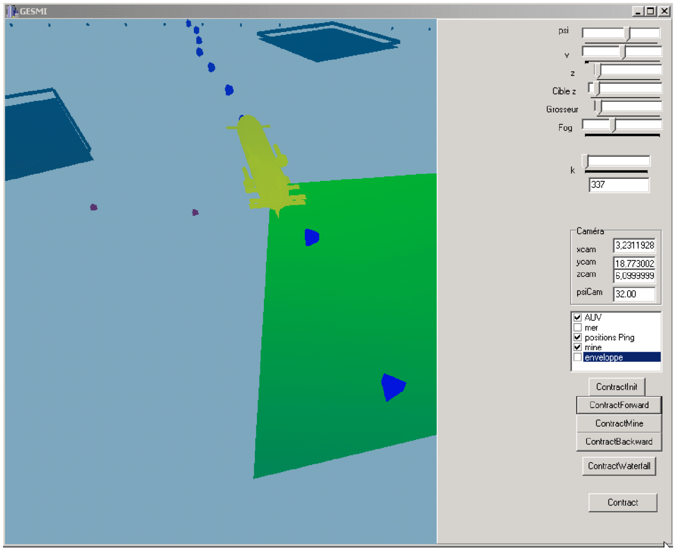
$$\dot{\mathbf{p}}(t) = \mathbf{R}(t).\mathbf{v}_r(t),$$

$$||\mathbf{m}(\sigma(i)) - \mathbf{p}(\tau(i))|| \; = r(i),$$

$$\mathbf{R}^\mathsf{T}(\tau(i))\,(\mathbf{m}(\sigma(i)) - \mathbf{p}(\tau(i))) \in [0] \times [0,\infty]^{\times 2},$$

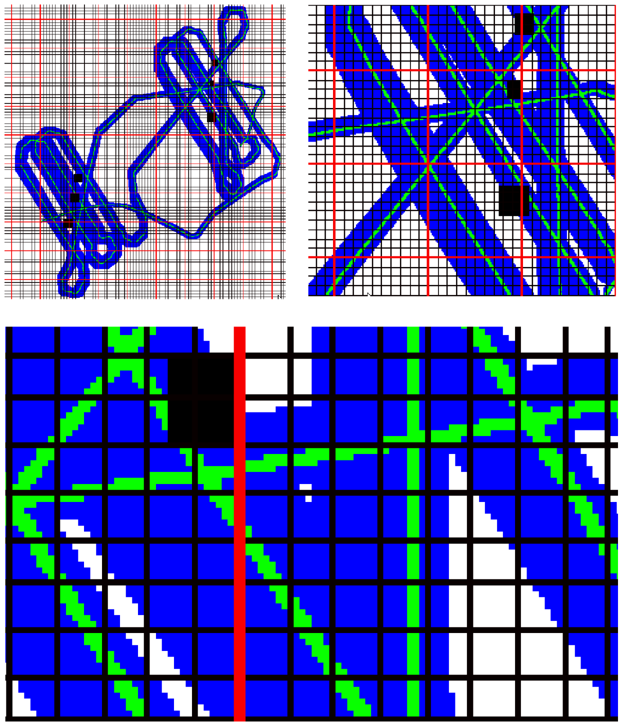
$$m_z(\sigma(i)) - p_z(\tau(i)) - a(\tau(i)) \in [-0.5, 0.5]$$

4.4 GESMI

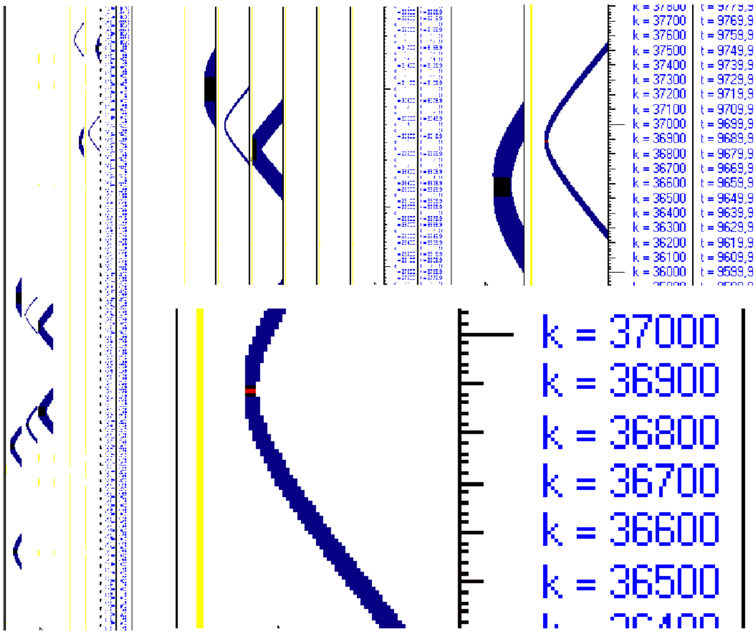


GESMI (Guaranteed Estimation of Sea Marks with Intervals)

Cas 1 : GESMI seul avec sonar, lock-Doppler, centrale, ...
Cas 2 : On rajoute les données d'un système de localisation qui affirme une précision de 5m.
Cas 3 : Le système affirme une précision de 1m.



Trajectoire reconstruite par GESMI



Cascade reconstruite par GESMI