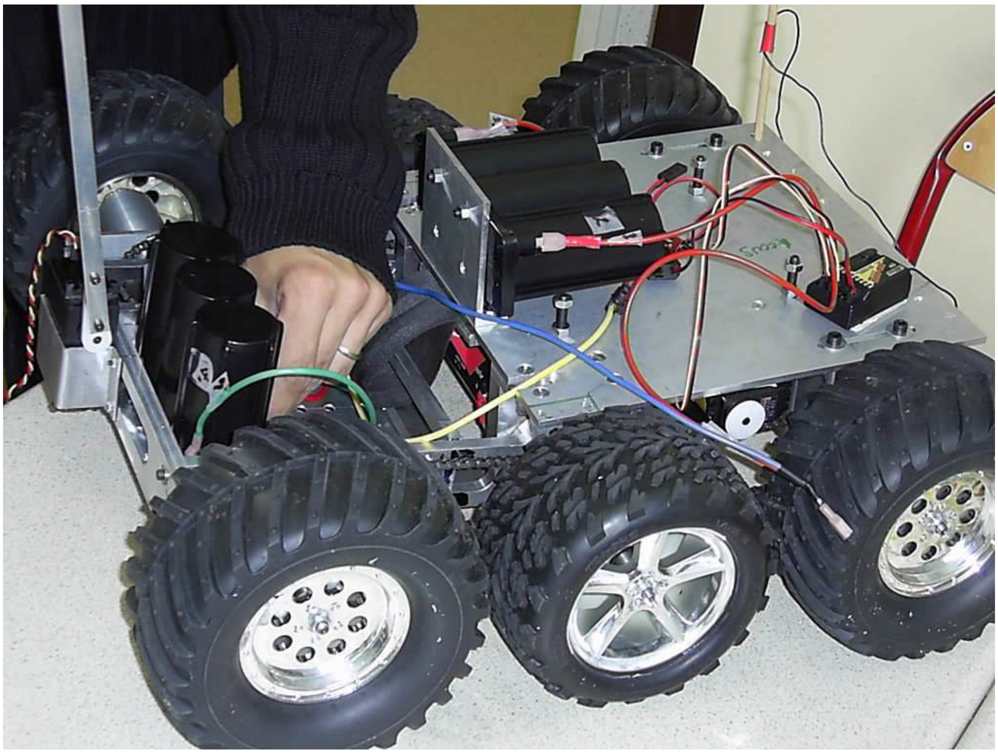
Réalisation d'un robot sous-marin autonome

Luc Jaulin, Fabrice Le Bars, Jan Sliwka

www.ensieta.fr/jaulin/
DTN, ENSIETA, Brest

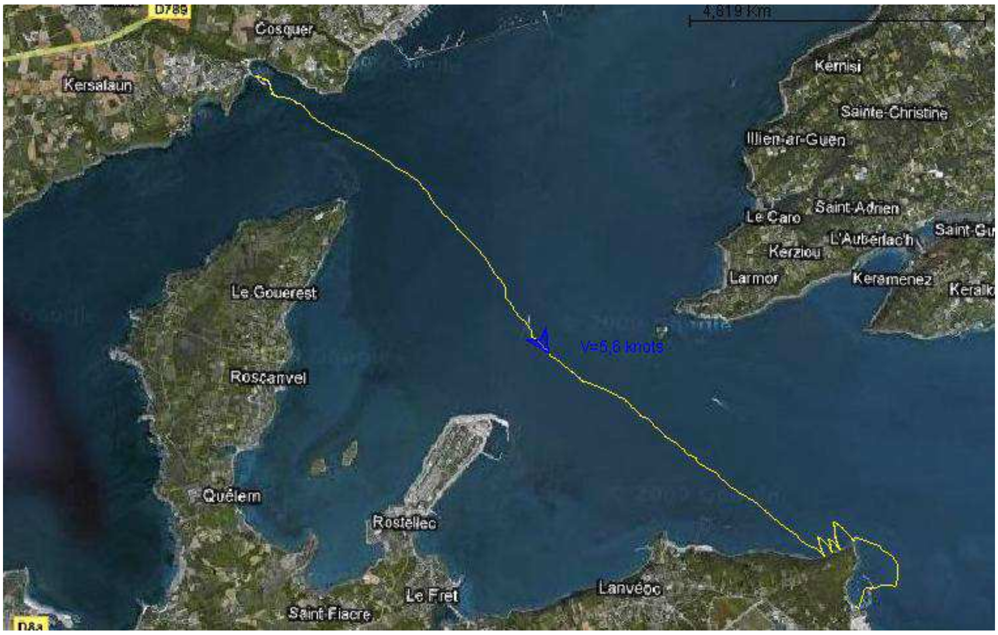
Bagneux, 8 octobre 2009

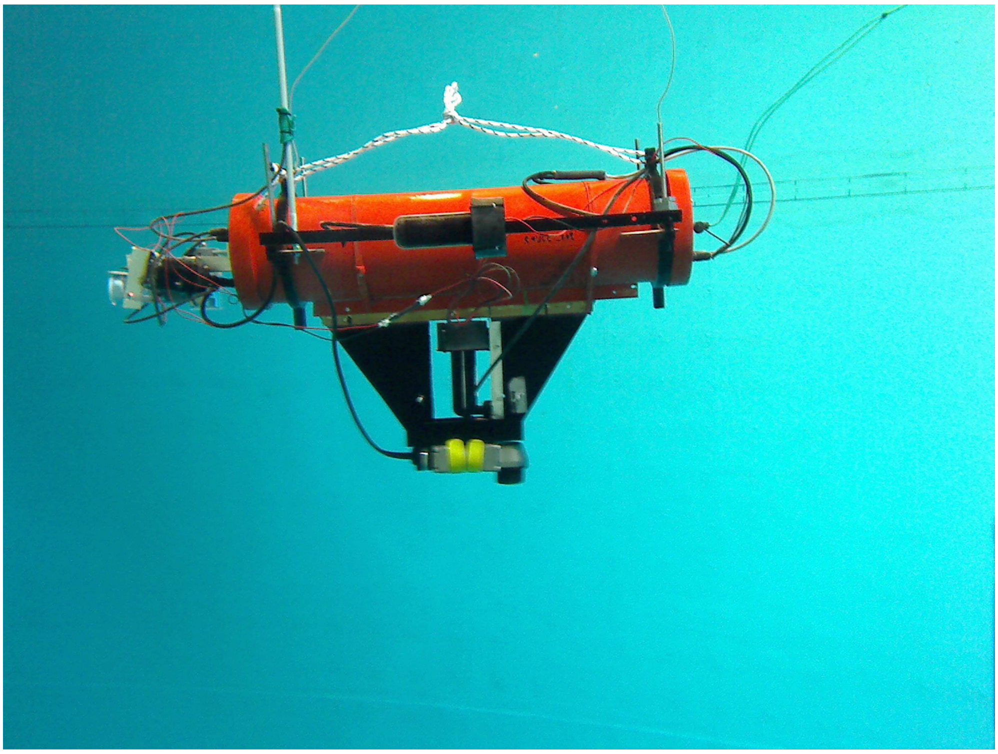
1 Quelques robots de l'ENSIETA



Robot ETAS


BREIZH
ENSIETA
SPIRIT

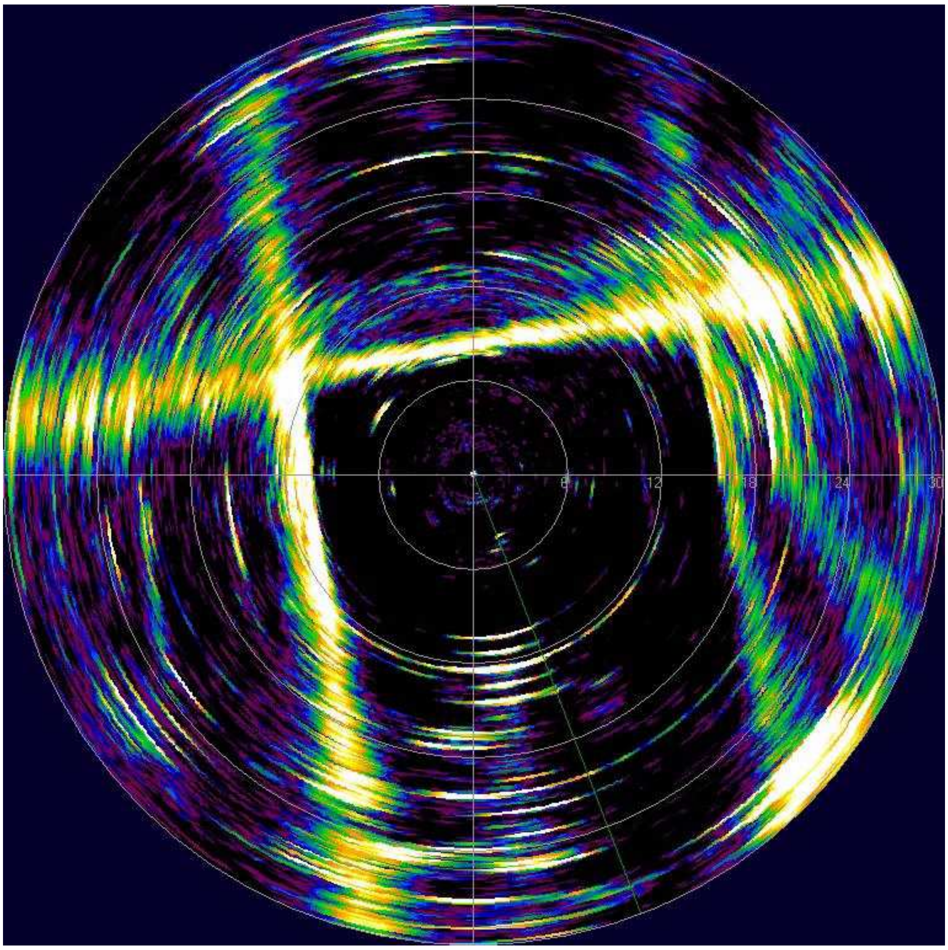

4,819 Km
D789
Cosquer
Kersalaun
Kernisi
Sainte-Christine
Illien-ar-Guen
Le Caro
Saint-Adrien
L'Auberlac'h
Kerziou
Larmor
Keramenez
Le Gouerest
Roscanvel
V=5,6 knots
Quélern
Rostellec
Le Fret
Lanvéoc
Saint-Fiacre



Robot SAUC'ISSE

Montrer une vidéo

2 Localisation par sonar


6
12
18
24
30

3 Approche ensembliste

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{p}) + \mathbf{e},$$

où

- $\mathbf{e} \in \mathbb{E} \subset \mathbb{R}^m$ est le vecteur erreur,
- $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ le vecteur des données,
- $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des paramètres.

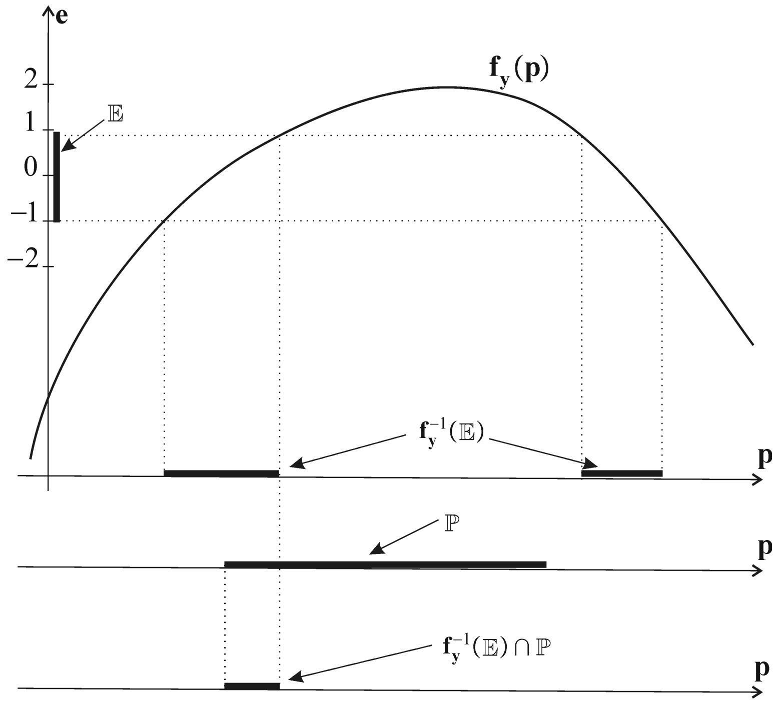
Show setdemo

En isolant $\mathbf{e}$ dans l'équation $\mathbf{y} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{p}) + \mathbf{e}$, on obtient

$$\mathbf{e} = \underbrace{\mathbf{y} - \boldsymbol{\psi}(\mathbf{p})}_{\mathbf{f}_{\mathbf{y}}(\mathbf{p})}.$$

L'*ensemble de vraisemblance* est

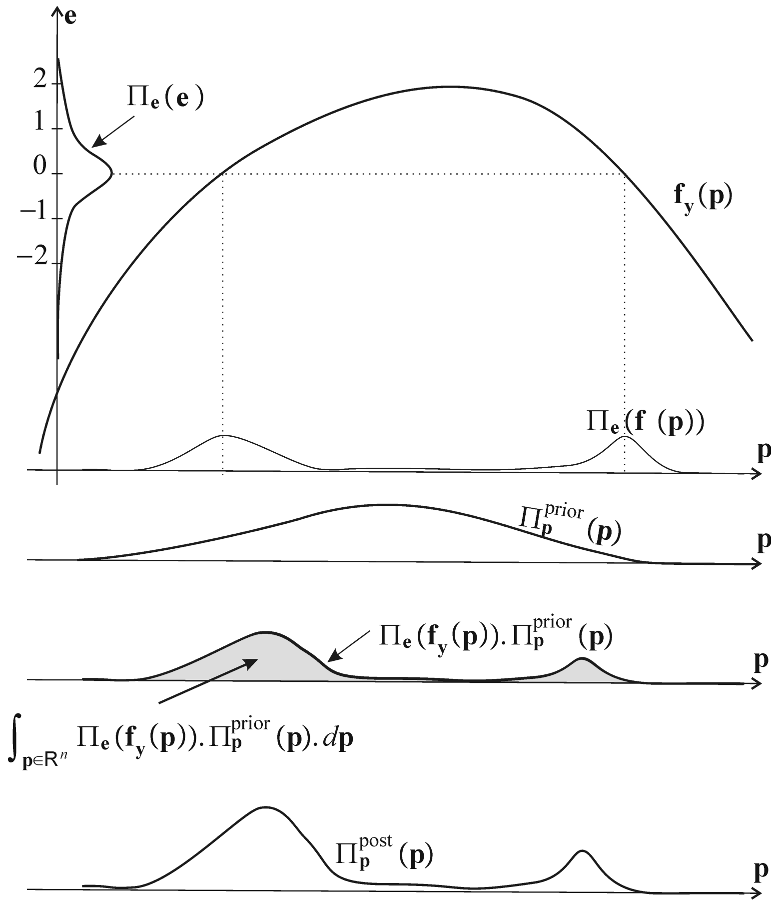
$$\widehat{\mathbb{P}} = \mathbf{f_y^{-1}}(\mathbb{E}) \cap \mathbb{P}.$$



Dans une approche bayésienne, on se donne des lois a priori $\Pi_{\mathbf{e}}, \Pi_{\mathbf{p}}^{\text{prior}}$ pour $\mathbf{e}, \mathbf{p}$.

La règle de Bayes nous donne la loi a posteriori pour $\mathbf{p}$

$$\Pi_{\mathbf{p}}^{\text{post}}(\mathbf{p}) = \frac{\Pi_{\mathbf{e}}(\mathbf{f_y}(\mathbf{p})).\Pi_{\mathbf{p}}^{\text{prior}}(\mathbf{p})}{\int_{\mathbf{p}\in\mathbb{R}^n} \Pi_{\mathbf{e}}(\mathbf{f_y}(\mathbf{p})).\Pi_{\mathbf{p}}^{\text{prior}}(\mathbf{p}).d\mathbf{p}}.$$



e
2
1
0
−1
−2
$\Pi_{\mathbf{e}}(\mathbf{e})$
$\mathbf{f_y}(\mathbf{p})$
$\Pi_{\mathbf{e}}(\mathbf{f}\ (\mathbf{p}))$
p
$\Pi_{\mathbf{p}}^{\text{prior}}(\mathbf{p})$
p
$\Pi_{\mathbf{e}}(\mathbf{f_y}(\mathbf{p})).\Pi_{\mathbf{p}}^{\text{prior}}(\mathbf{p})$
p
$\int_{\mathbf{p}\in R^n} \Pi_{\mathbf{e}}(\mathbf{f_y}(\mathbf{p})).\Pi_{\mathbf{p}}^{\text{prior}}(\mathbf{p}).d\mathbf{p}$
$\Pi_{\mathbf{p}}^{\text{post}}(\mathbf{p})$
p

4 Les ensembles, c'est facile !

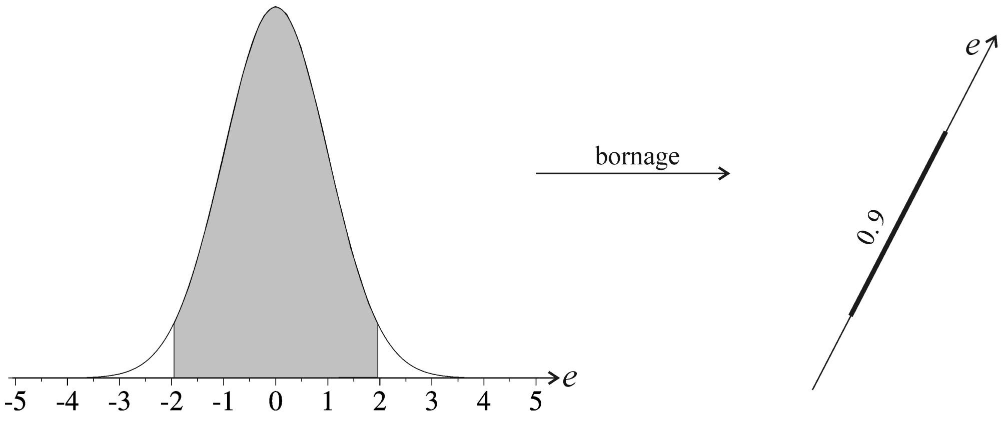
$$\begin{aligned}
[-1,3]+[3,5] &= [2,8] \\
[-1,3]*[3,5] &= [-5,15] \\
\sin\left([-1,3]\right) &= [\sin(-1),1]
\end{aligned}$$

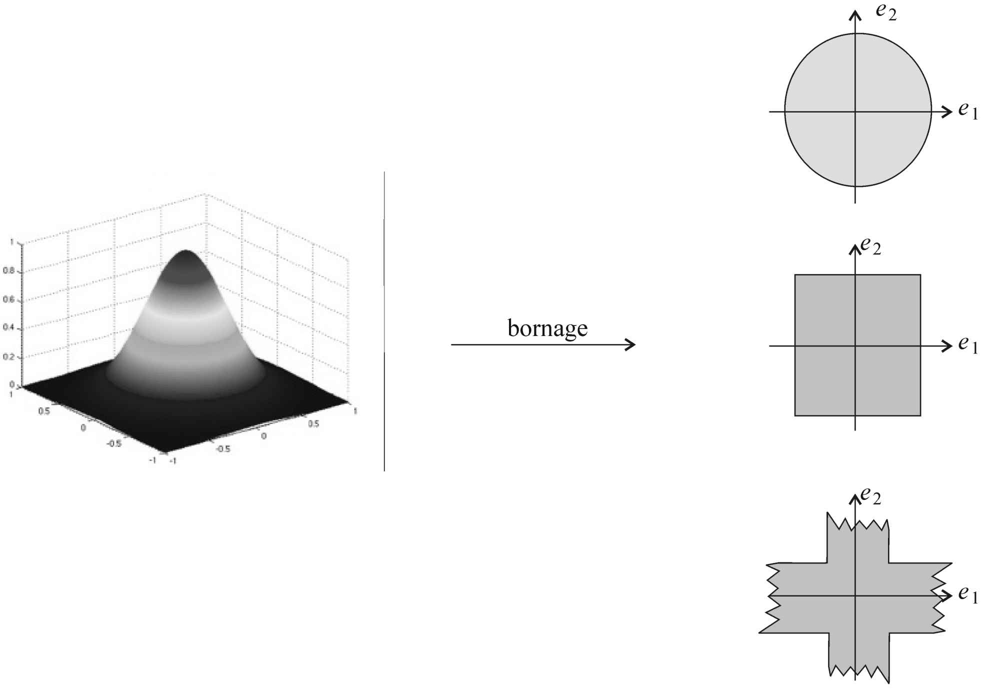
On peut même résoudre des équations non-linéaires, comme par exemple

$$x.y.\sin(y\sqrt{x-y}+x)=1$$

5 Bornage

A partir d'une densité de probabilité pour l'erreur, on délimite les bornes pour l'erreur.


-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5
e
bornage
0.9
e


bornage
e2
e1
e2
e1
e2
e1

Pour $m = 100$ données, avec $\pi = \mathsf{Pr}\left(e_k \in [e_k]\right) = 0.6$, la probabilité pour que l'on ait moins de $q = 60$ outliers, est

$$\sum_{k=0}^{m-q-1} \frac{m!}{k!\,(m-k)!} \pi^k . \,(1-\pi)^{m-k} = 0.99998.$$

6 En dynamique

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) & = & \mathbf{f}_k(\mathbf{x}(k), \mathbf{n}\,(k)) \\ \mathbf{y}(k) & = & \mathbf{g}_k(\mathbf{x}(k)), \end{cases}$$

où $\mathbf{n}\,(k) \in \mathbb{N}\,(k)$ et $\mathbf{y}\,(k) \in \mathbb{Y}\,(k)$.

Soit $\mathbb{X}(k)$ l'ensemble des états compatibles avec les hypothèses suivantes

(i) dans toute fenêtre de taille m, il y a moins de q outliers

(ii) $\mathbb{X}(0)$ enferme $\mathbf{x}\,(0)$

Théorème.

$$\Pr\left(\mathbf{x}\left(k\right) \in \mathbb{X}(k)\right) \geq \alpha \ * \ \Pr\left(\mathbf{x}\left(k-1\right) \in \mathbb{X}(k-1)\right)$$

avec

$$\alpha = \sqrt[m]{\sum_{i=m-q}^{m} \frac{m!\ \pi_y^i.\left(1-\pi_y\right)^{m-i}}{i!\left(m-i\right)!}}$$

Montrer la vidéo du concours