Interval state estimation of a nonlinear hybrid system: the sailboat

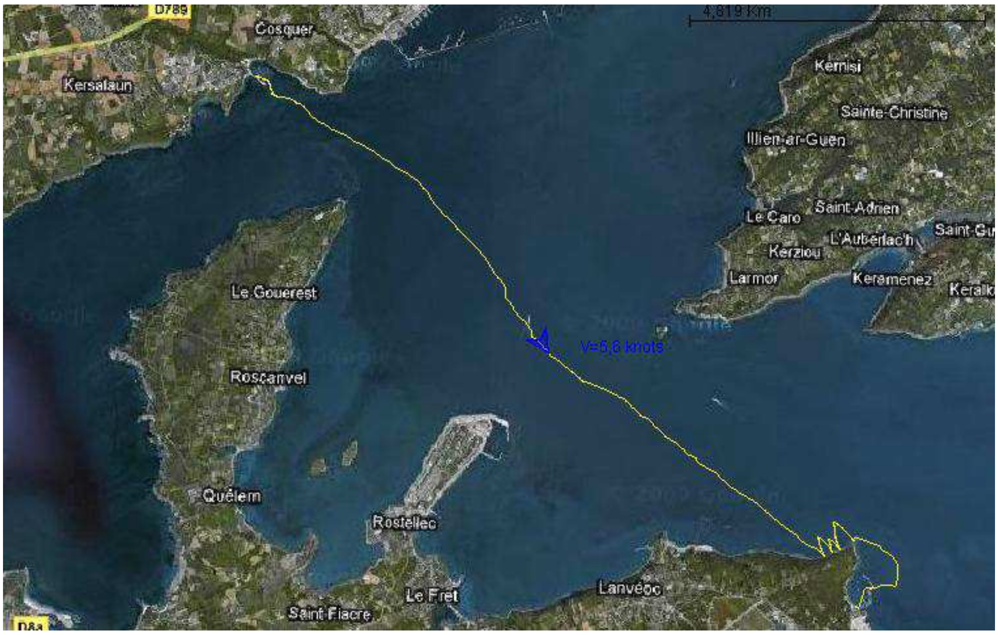
Luc Jaulin, Jan Sliwka, Fabrice Le Bars, Kai Xiao, ...

www.ensta-bretagne.fr/jaulin/
ENSTA-Bretagne, Brest

Journée MEA-SDH, Paris, 3 février 2011

1 Sailboat


BREIZH
ENSIETA
SPIRIT



D789
Cosquer
4,819 Km
Kersalaun
Kernisi
Sainte-Christine
Illien-ar-Guen
Saint-Adrien
Le Caro
L'Auberlac'h
Saint-Gu
Kerziou
Larmor
Keramenez
Keralk
Le Gouerest
V=5,6 knots
Roscanvel
Quélern
Rostellec
Lanvéoc
Le Fret
Saint-Fiacre
D8a

Voilier autonome. La rade avant la transatlantique

Avant le grand bain, il y a le petit. Le voilier miniature autonome concocté à l'Ensieta a traversé avec succès la rade, en début de semaine. L'idée : réussir un jour une transatlantique.

Une partie de l'équipe : Kostia Poncin, Richard Leloup, Luc Jaulin, Bruno Auzier et Jan Sliwka. Manque Pierre-Henri Reilhac.

Lundi, Breizh-Spirit – c'est son nom – est parti de Saint-Anne-du-Portzic et a rejoint Lanvéoc, soit 12 km en deux heures environ. Il était tout seul, autonome, accompagné à distance, sur un semi-rigide, de ses « parents », une petite équipe d'étudiants et d'enseignants de l'Ensieta. Une traversée réalisée en collaboration avec l'École navale.

De beaucoup, Breizh-Spirit est sans doute resté inaperçu. Il ne fait qu'1,30 m de long pour 10 kg. Mais il a avancé vaillamment, à 3,1 nœuds de moyenne, au près, ce qui n'était pas la configuration idéale. En pointe, il a atteint 5,5 nœuds.

Premier test à la mer près de Porto

L'idée a pris corps en 2005. Luc Jaulin, professeur en automatique-robotique à l'Ensieta, était alors président du jury, à Toulouse, de la première Microtransat. L'objectif, pour une traversée de l'Atlantique, a été fixé à 2010.

Breiz-Spirit a lui-même mûri l'année passée. Richard Leloup, alors en première année, se souvient avoir fabriqué la coque durant les vacances de Noël. D'autres ont apporté leur pierre en électronique, informatique, mécanique, robotique et architecture navale, des compétences qui existent à l'école et que des projets, tels que Breiz-Spirit, permettent de mixer autour d'un objectif à atteindre.

Cet été, le mini-voilier a participé, près de Porto, à la « World robotic sailing championship », premier test à la mer pour lui ; l'occasion aussi de se comparer. Onze bateaux, fort divers, étaient au rendez-vous. Il y avait là aussi des Anglais, des Suisses, des Portugais et des Américains.

Une compétition en septembre 2010

L'équipe de l'Ensieta a en ligne de mire 2010 avec une compétition, en juin, probablement au Canada. Le départ de la fameuse transatlantique pourrait avoir lieu, en septembre, depuis l'Irlande. La traversée risque alors de durer cinq mois...

Pour l'heure, l'équipe de Breizh-Spirit va travailler à améliorer le mini-voilier, rendre plus robuste l'électronique, le gréement et les voiles. Étanchéifier la coque, implanter des panneaux solaires, se passer de la girouette sont aussi au programme. Il est prévu que les bateaux puissent communiquer chaque jour leur position à terre. Normalement, aucun voilier de cette future transat en autonomie ne doit dépasser les 4 m, des « Petits Poucet » comparés aux porte-conteneurs géants...

Montrer une vidéo

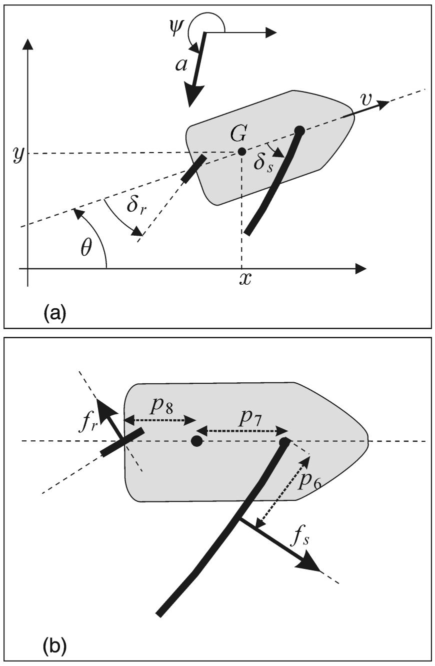
1.1 Sensors

- *Reliable sensors*: GPS, compass, gyrometers and accelerometers (low energy consumers, can be enclosed inside a waterproof tank, can survive for years).

- *Unreliable sensors:* Anemometers, weather vane, dynamometers (they are directly in contact with wind, wave, salt, ...) and can fail down at any time.

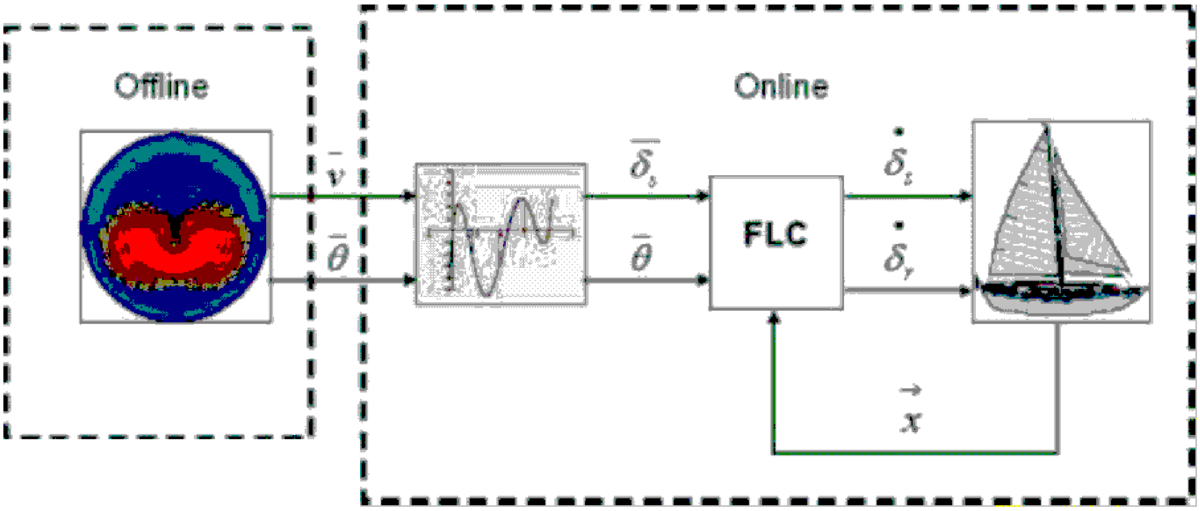
1.2 Normalized State equations

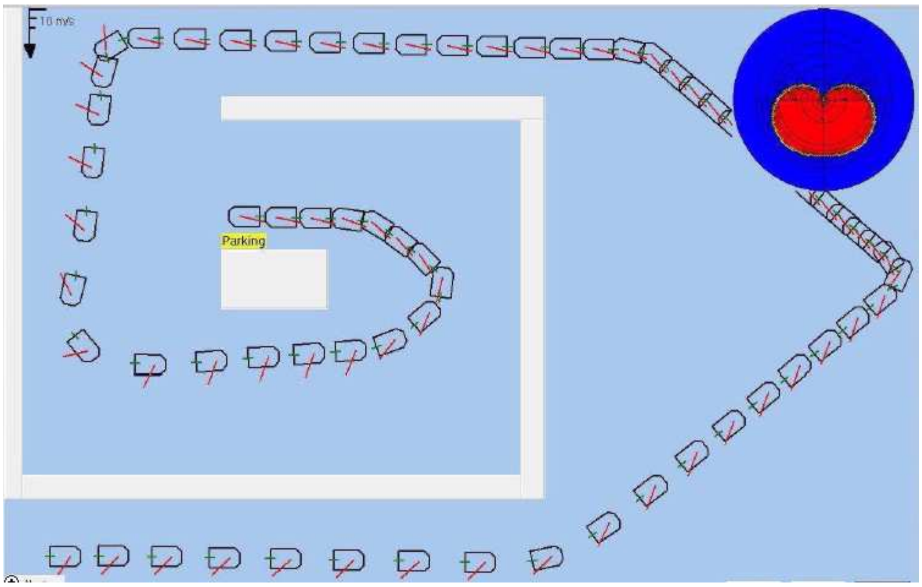
$$
\left\{
\begin{array}{rcl}
\dot{x} & = & v\cos\theta + a\cos\psi \\
\dot{y} & = & v\sin\theta + a\sin\psi \\
\dot{\theta} & = & \omega \\
\dot{v} & = & f_s.\sin\delta_s - f_r.\sin u_1 - v \\
\dot{\omega} & = & f_s.\left(1-\cos\delta_s\right) - f_r.\cos u_1 - \omega \\
\dot{a} & = & 0 \\
\dot{\psi} & = & 0 \\
f_s & = & a\sin\left(\theta - \psi + \delta_s\right) \\
f_r & = & v\sin u_1 \\
\gamma & = & \cos\left(\theta-\psi\right) + \cos\left(u_2\right) \\
\delta_s & = & \left\{
\begin{array}{cc}
\pi - \theta + \psi & \text{if } \gamma \leq 0 \\
sign\left(\sin\left(\theta-\psi\right)\right).u_2 & \text{otherwise.}
\end{array}
\right.
\end{array}
\right.
$$



ψ
a
v
G
y
δs
δr
θ
x
(a)
fr
p8
p7
p6
fs
(b)

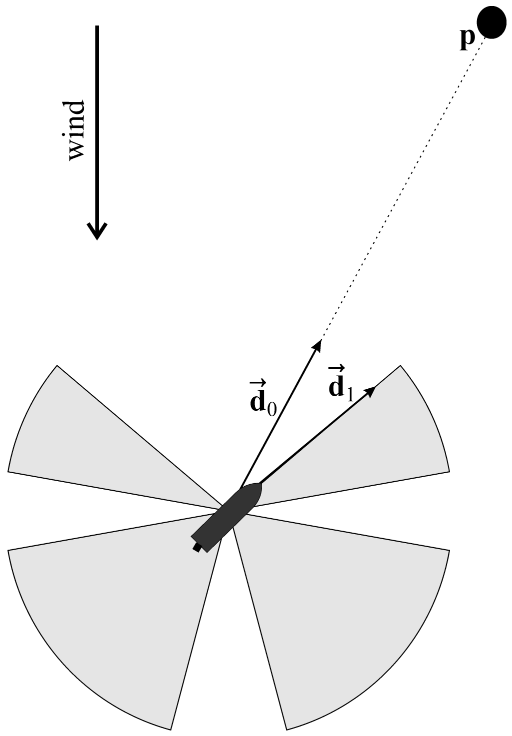
1.3 Control with the polar speed diagram

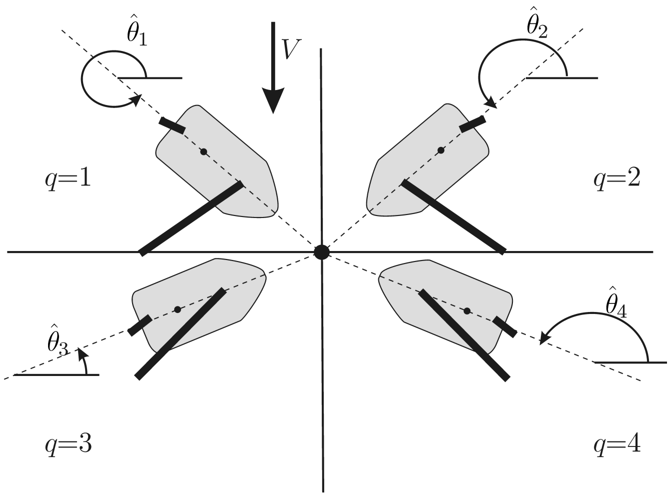




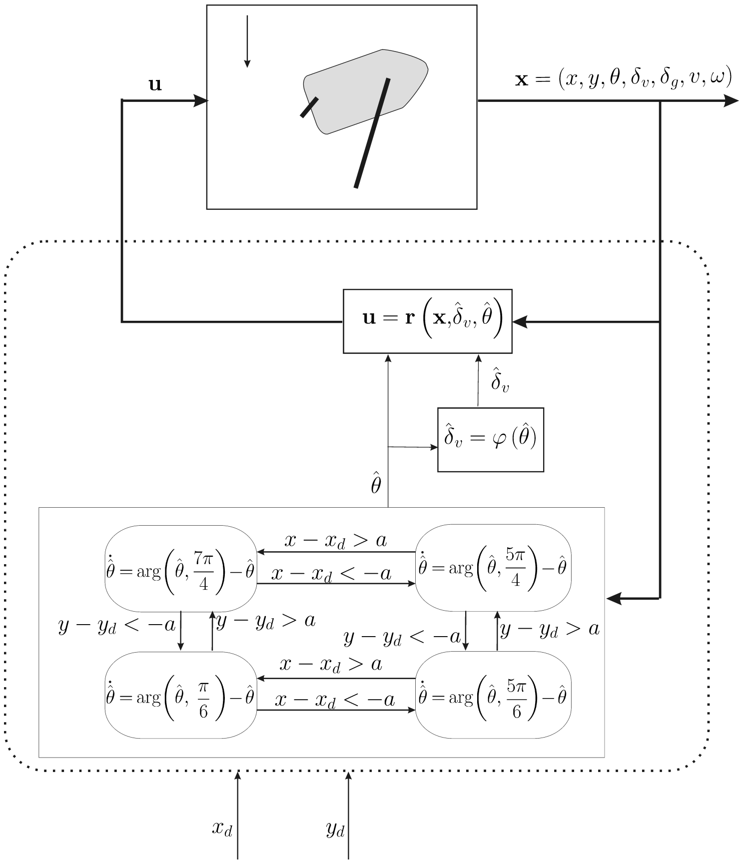
10 m/s
Parking

1.4 Embedded control

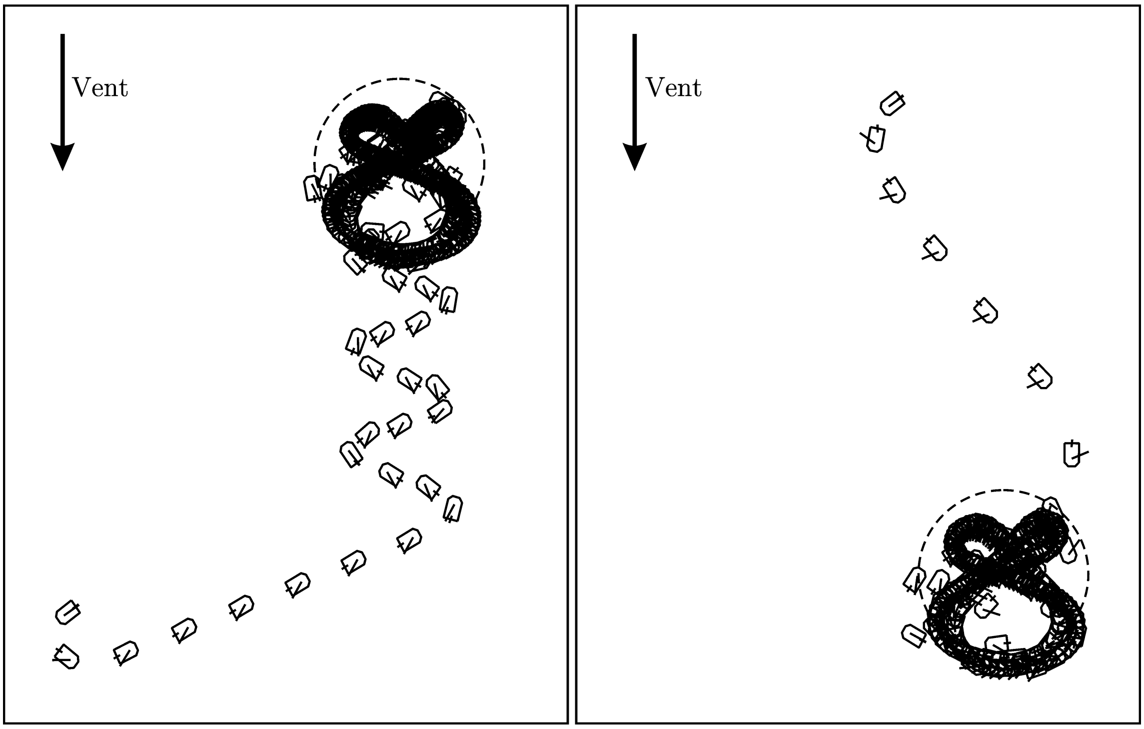

wind
p
$\vec{\mathbf{d}}_0$
$\vec{\mathbf{d}}_1$



$\hat{\theta}_1$
V
$\hat{\theta}_2$
q=1
q=2
$\hat{\theta}_4$
$\hat{\theta}_3$
q=3
q=4



$\mathbf{u}$
$\mathbf{x} = (x, y, \theta, \delta_v, \delta_g, v, \omega)$
$\mathbf{u} = \mathbf{r}\left(\mathbf{x}, \hat{\delta}_v, \hat{\theta}\right)$
$\hat{\delta}_v$
$\hat{\delta}_v = \varphi(\hat{\theta})$
$\hat{\theta}$
$\dot{\hat{\theta}} = \arg\left(\hat{\theta}, \frac{7\pi}{4}\right) - \hat{\theta}$
$\dot{\hat{\theta}} = \arg\left(\hat{\theta}, \frac{5\pi}{4}\right) - \hat{\theta}$
$\dot{\hat{\theta}} = \arg\left(\hat{\theta}, \frac{\pi}{6}\right) - \hat{\theta}$
$\dot{\hat{\theta}} = \arg\left(\hat{\theta}, \frac{5\pi}{6}\right) - \hat{\theta}$
$x - x_d > a$
$x - x_d < -a$
$y - y_d < -a$
$y - y_d > a$
x_d
y_d


Vent
Vent

1.5 Problem

To control the boat, we need to know where the wind comes from and what is its speed.

2 Computing with intervals

$$
\begin{aligned}
[-1,3]+[2,5] &= [1,8], \\
[-1,3].[2,5] &= [-5,15], \\
[-1,3]/[2,5] &= [-\tfrac{1}{2},\tfrac{3}{2}],
\end{aligned}
$$

Algorithm $\mathbf{f}$(in: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$, out: $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$)

$z := x_1$;
for $k := 0$ to 100
    $z := x_2(z + kx_3)$;
next;
$y_1 := z$;
$y_2 := \sin(zx_1)$;

Algorithm $[\mathbf{f}]$(in: $[\mathbf{x}] = ([x_1], [x_2], [x_3])$, out: $[\mathbf{y}] = ([y_1], [y_2]$

$[z] := [x_1]$;
for $k := 0$ to 100
    $[z] := [x_2] * ([z] + k * [x_3])$;
next;
$[y_1] := [z]$;
$[y_2] :=$ sin$([z] * [x_1])$;

3 Flat systems

The system

$$\left\{\begin{array}{lcl}\dot{\mathbf{x}} & = & \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}) \\ \mathbf{y} & = & \mathbf{g}(\mathbf{x}),\end{array}\right.$$

is *flat* with the flat output $\mathbf{y}$ if there exist two functions $\boldsymbol{\phi}$ and $\boldsymbol{\psi}$ such that for all t, we have

$$\left\{\begin{array}{lcl}\mathbf{x} & = & \boldsymbol{\phi}\left(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\dots,\mathbf{y}^{(r-1)}\right) \\ \mathbf{u} & = & \boldsymbol{\psi}\left(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\dots,\mathbf{y}^{(r-1)},\mathbf{y}^{(r)}\right).\end{array}\right.$$

To get $\boldsymbol{\phi}$ and $\boldsymbol{\psi}$, we have to proceed as follows.

- The *derivation step* computes symbolically $\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(r)}$ with respect to $\mathbf{x}$ and $\mathbf{u}$. We get

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(r)} \end{pmatrix} = \mathbf{h} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}.$$

- The *resolution step* inverses symbolically the function $\mathbf{h}$. This operation is not easy.

Example. Consider the system

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_2^2 + u \\ y &= x_1. \end{cases}$$

Derivation step:

$$\begin{cases} y &= x_1 \\ \dot{y} &= \dot{x}_1 = x_1 + x_2 \\ \ddot{y} &= \dot{x}_1 + \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + x_2^2 + u. \end{cases}$$

Thus

$$\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 + x_2^2 + u \end{pmatrix}}_{\mathbf{h}(\mathbf{x},u)}.$$

Resolution step:

$$\left\{\begin{array}{lcl} x_1 & = & y \\ x_2 & = & \dot{y} - x_1 = \dot{y} - y \\ u & = & \ddot{y} - \left(x_1 + x_2 + x_2^2\right) = \ddot{y} - \dot{y} - (\dot{y} - y)^2 \,. \end{array}\right.$$

i.e.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ u \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} - y \\ \ddot{y} - \dot{y} - (\dot{y} - y)^2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{h}^{-1}(y,\dot{y},\ddot{y})}$$

As a consequence,

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \boldsymbol{\phi}\left(y, \dot{y}\right) & = & \left(\begin{array}{c} y \\ \dot{y} - y \end{array} \right) \\ \psi\left(y, \dot{y}, \ddot{y}\right) & = & \ddot{y} - \dot{y} - \left(\dot{y} - y\right)^2 . \end{array} \right.$$

4 New approach

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(r)} \end{pmatrix}}_{\mathbf{z}} = \mathbf{h}\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}}_{\mathbf{w}}$$

Classical approach. We invert symbolically $\mathbf{h}$ and then we compute $\mathbf{h}^{-1}(\hat{\mathbf{z}})$, where $\hat{\mathbf{z}}$ is a measure of $\mathbf{z}$.

Our approach: We compute $\mathbb{W} = [\mathbf{w}] \cap \mathbf{h}^{-1}([\mathbf{z}])$ for each t.

From the state equations of the sailboat, we get

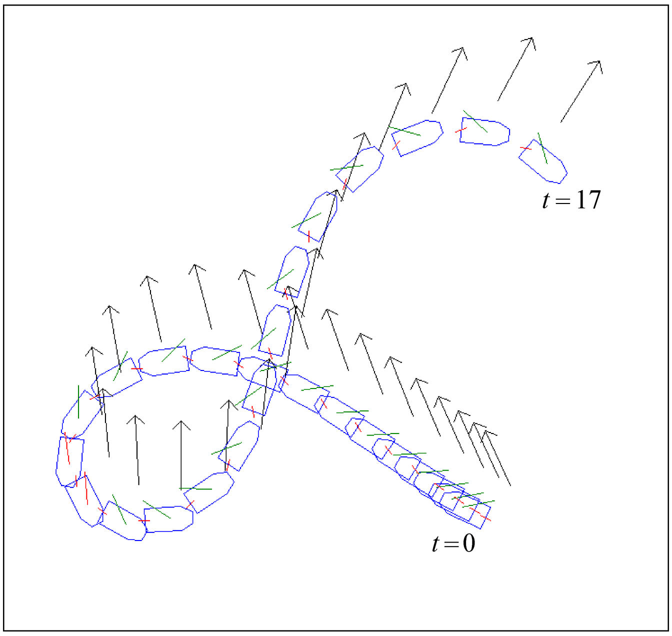
$$\underbrace{\begin{pmatrix} \theta \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}}_{\mathbf{z}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \theta \\ v\sin\theta + a\sin\psi \\ v\sin\theta + a\sin\psi \\ \omega \\ (f_s.\sin\delta_s - f_r\sin u_1 - v)\cos\theta - \omega v\sin\theta \\ (f_s\sin\delta_s - f_r\sin u_1 - v)\sin\theta + \omega v\cos\theta \\ f_s\,(1-\cos\delta_s) - v\sin u_1\cos u_1 - \omega \end{pmatrix}}_{\mathbf{h}(\mathbf{w})}$$

with

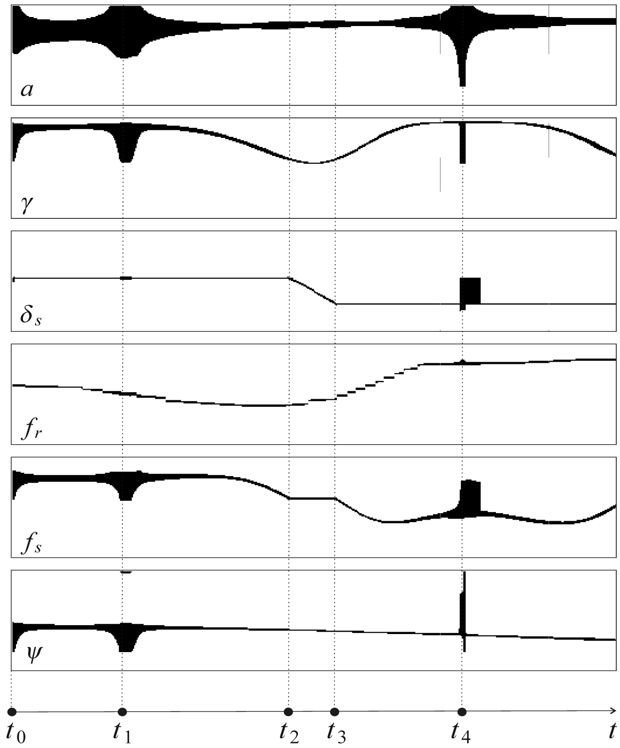
$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \theta & v & \omega & a & \psi & u_1 & u_2 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

and

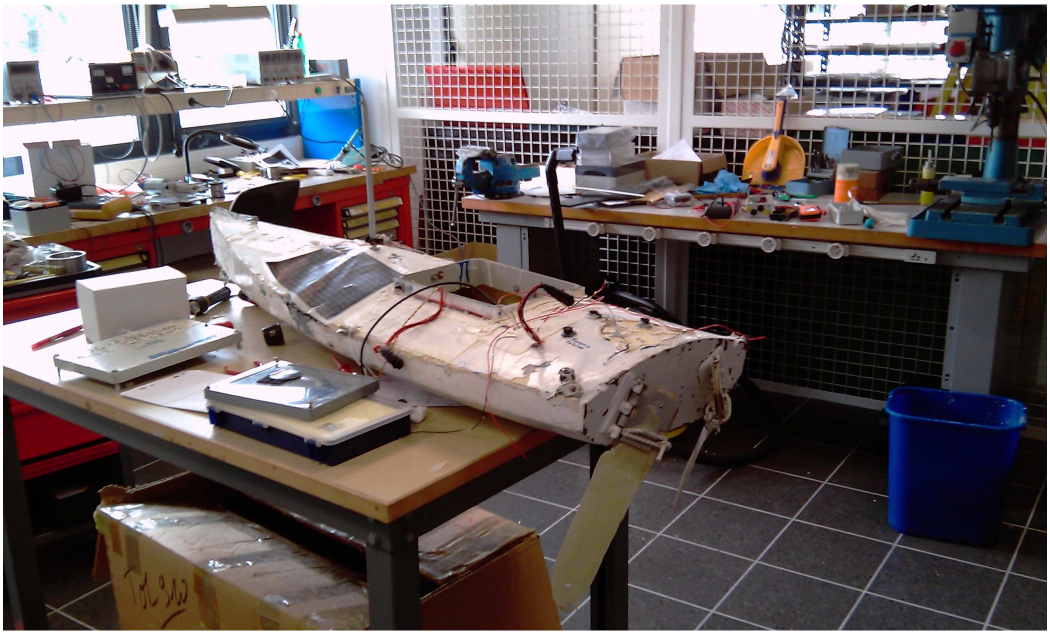
$$\begin{cases} f_s(\mathbf{w}) &= a\sin(\theta - \psi + \delta_s) \\ f_r(\mathbf{w}) &= v\sin u_1 \\ \delta_s(\mathbf{w}) &= \begin{cases} \pi - \theta + \psi & \text{if } \gamma(\mathbf{x}, t) \le 0 \\ sign\,(\sin(\theta - \psi)).u_2 & \text{otherwise} \end{cases} \\ \gamma(\mathbf{w}) &= \cos(\theta - \psi) + \cos(u_2). \end{cases}$$



Simulated experiment



a
γ
δs
fr
fs
ψ
t0
t1
t2
t3
t4
t



After crash of november 2010.