

# Combining flatness with of interval analysis for state estimation

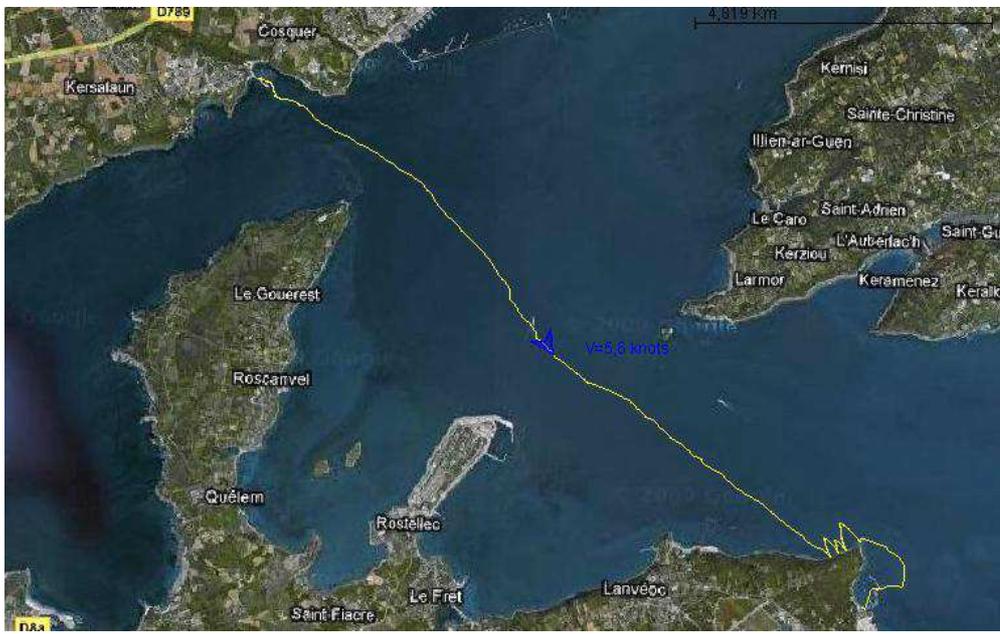
Luc Jaulin, Jan Sliwka, Fabrice Le Bars, Kai Xiao, ...

[www.ensieta.fr/jaulin/](http://www.ensieta.fr/jaulin/)  
DTN, ENSIETA, Brest

Journée MEA Paris, 3 décembre 2009

# 1 Sailboat





# Voilier autonome. La rade avant la transatlantique

**Avant le grand bain, il y a le petit. Le voilier miniature autonome concocté à l'Ensieta a traversé avec succès la rade, en début de semaine. L'idée : réussir un jour une transatlantique.**

*Une partie de l'équipe: Kostia Poncin, Richard Leloup, Luc Jaulin, Bruno Auzier et Jan Slivka. Manque Pierre-Henri Reilhac.*



Lundi, Breizh-Spirit – c'est son nom – est parti de Saint-Anne-du-Portzic et a rejoint Lanvéoc, soit 12 km en deux heures environ. Il était tout seul, autonome, accompagné à distance, sur un semi-rigide, de ses « parents », une petite équipe d'étudiants et d'enseignants de l'Ensieta. Une traversée réalisée en collaboration avec l'École navale.

De beaucoup, Breizh-Spirit est

sans doute resté inaperçu. Il ne fait qu'1,30 m de long pour 10 kg. Mais il a avancé vaillamment, à 3,1 nœuds de moyenne, au près, ce qui n'était pas la configuration idéale. En pointe, il a atteint 5,5 nœuds.

#### **Premier test à la mer près de Porto**

L'idée a pris corps en 2005. Luc Jaulin, professeur en automatique-robotique à l'Ensieta,

était alors président du jury, à Toulouse, de la première Micro-transat. L'objectif, pour une traversée de l'Atlantique, a été fixé à 2010.

Breizh-Spirit a lui-même mûri l'année passée. Richard Leloup, alors en première année, se souvient avoir fabriqué la coque durant les vacances de Noël. D'autres ont apporté leur pierre en électronique, informatique, mécanique, robotique et archi-

ture navale, des compétences qui existent à l'école et que des projets, tels que Breizh-Spirit, permettent de mixer autour d'un objectif à atteindre.

Cet été, le mini-voilier a participé, près de Porto, à la « World robotic sailing championship », premier test à la mer pour lui; l'occasion aussi de se comparer. Onze bateaux, fort divers, étaient au rendez-vous. Il y avait là aussi des Anglais, des Suisses, des Portugais et des Américains.

#### **Une compétition en septembre 2010**

L'équipe de l'Ensieta a en ligne de mire 2010 avec une compétition, en juin, probablement au Canada. Le départ de la fameuse transatlantique pourrait avoir lieu, en septembre, depuis l'Irlande. La traversée risque alors de durer cinq mois... Pour l'heure, l'équipe de Breizh-Spirit va travailler à améliorer le mini-voilier, rendre plus robuste l'électronique, le gréement et les voiles. Étanchéifier la coque, implanter des panneaux solaires, se passer de la girouette sont aussi au programme. Il est prévu que les bateaux puissent communiquer chaque jour leur position à terre. Normalement, aucun voilier de cette future transat en autonomie ne doit dépasser les 4 m, des « Petits Poucet » comparés aux porte-conteneurs géants...

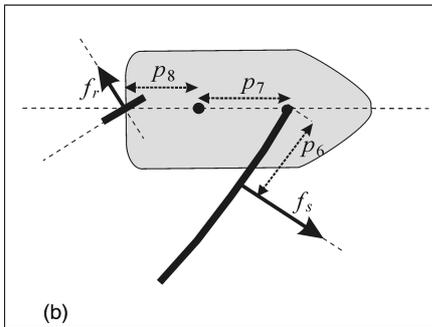
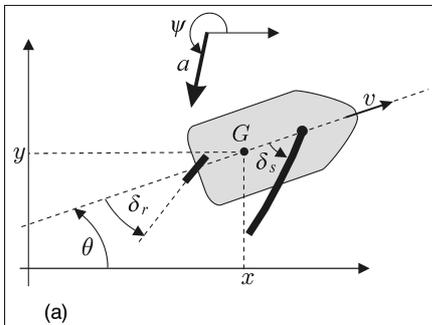
*Montrer une vidéo*

## 1.1 Sensors

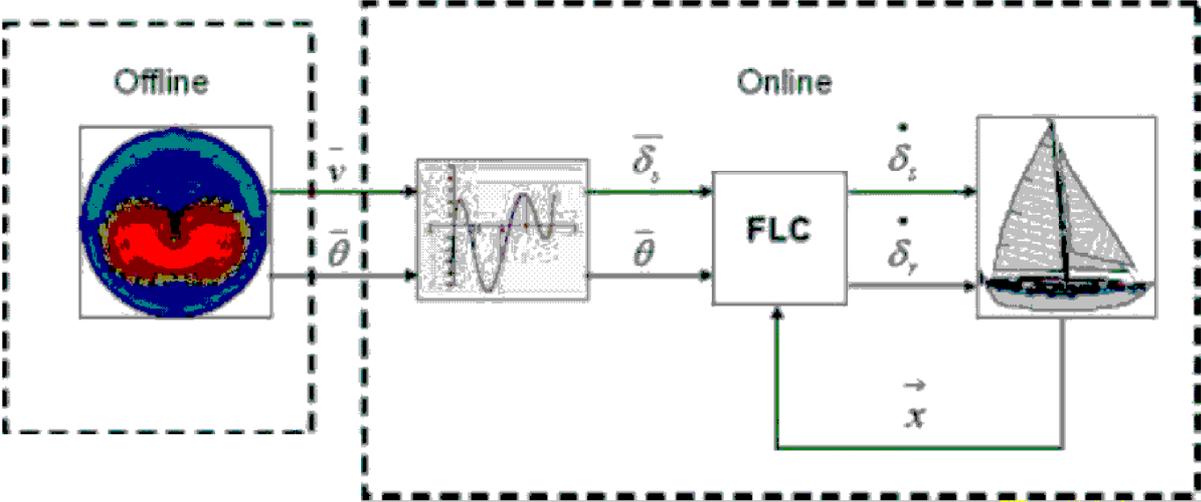
- *Reliable sensors:* GPS, compass, gyrometers and accelerometers (low energy consumers, can be enclosed inside a waterproof tank, can survive for years).
- *Unreliable sensors:* Anemometers, weather vane, dynamometers (they are directly in contact with wind, wave, salt, ...) and can fail down at any time.

## 1.2 Normalized State equations

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{x} = v \cos \theta + a \cos \psi \\
 \dot{y} = v \sin \theta + a \sin \psi \\
 \dot{\theta} = \omega \\
 \dot{v} = f_s \cdot \sin \delta_s - f_r \cdot \sin u_1 - v \\
 \dot{\omega} = f_s \cdot (1 - \cos \delta_s) - f_r \cdot \cos u_1 - \omega \\
 \dot{a} = 0 \\
 \dot{\psi} = 0 \\
 f_s = a \sin (\theta - \psi + \delta_s) \\
 f_r = v \sin u_1 \\
 \gamma = \cos (\theta - \psi) + \cos (u_2) \\
 \delta_s = \begin{cases} \pi - \theta + \psi & \text{if } \gamma \leq 0 \\ \text{sign}(\sin(\theta - \psi)) \cdot u_2 & \text{otherwise.} \end{cases}
 \end{array} \right.$$



# 1.3 Control



## 1.4 Problem

To control the boat, we need to know where the wind comes from and what is its speed.

## 2 Flat systems

The system

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}), \end{cases}$$

is *flat* with the flat output  $\mathbf{y}$  if there exist two functions  $\phi$  and  $\psi$  such that for all  $t$ , we have

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \phi(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(r-1)}) \\ \mathbf{u} = \psi(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(r-1)}, \mathbf{y}^{(r)}). \end{cases}$$

To get  $\phi$  and  $\psi$ , we have to proceed as follows.

- The *derivation step* computes symbolically  $\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(r)}$  with respect to  $\mathbf{x}$  and  $\mathbf{u}$ . We get

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(r)} \end{pmatrix} = \mathbf{h} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}.$$

- The *resolution step* inverses symbolically the function  $\mathbf{h}$ . This operation is not easy.

**Example.** Consider the system

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_2^2 + u \\ y &= x_1. \end{cases}$$

Derivation step:

$$\begin{cases} y &= x_1 \\ \dot{y} &= \dot{x}_1 = x_1 + x_2 \\ \ddot{y} &= \dot{x}_1 + \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + x_2^2 + u. \end{cases}$$

Thus

$$\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1 + x_2 \\ \underbrace{x_1 + x_2 + x_2^2 + u}_{\mathbf{h}(\mathbf{x}, u)} \end{pmatrix}.$$

Resolution step:

$$\begin{cases} x_1 = y \\ x_2 = \dot{y} - x_1 = \dot{y} - y \\ u = \ddot{y} - (x_1 + x_2 + x_2^2) = \ddot{y} - \dot{y} - (\dot{y} - y)^2. \end{cases}$$

i.e.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ u \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} - y \\ \ddot{y} - \dot{y} - (\dot{y} - y)^2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{h}^{-1}(y, \dot{y}, \ddot{y})}$$

As a consequence,

$$\begin{cases} \phi(y, \dot{y}) &= \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} - y \end{pmatrix} \\ \psi(y, \dot{y}, \ddot{y}) &= \ddot{y} - \dot{y} - (\dot{y} - y)^2. \end{cases}$$

# 3 New approach

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(r)} \end{pmatrix}}_{\mathbf{z}} = \mathbf{h} \left( \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}}_{\mathbf{w}} \right)$$

**Classical approach.** We invert symbolically  $\mathbf{h}$  and then we compute  $\mathbf{h}^{-1}(\hat{\mathbf{z}})$ , where  $\hat{\mathbf{z}}$  is a measure of  $\mathbf{z}$ .

**Our approach:** We compute  $\mathbb{W} = [\mathbf{w}] \cap \mathbf{h}^{-1}([\mathbf{z}])$  for each  $t$ .

From the state equations of the sailboat, we get

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \theta \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}}_{\mathbf{z}} = \begin{pmatrix} \theta \\ v \sin \theta + a \sin \psi \\ v \sin \theta + a \sin \psi \\ \omega \\ (f_s \sin \delta_s - f_r \sin u_1 - v) \cos \theta - \omega v \sin \theta \\ (f_s \sin \delta_s - f_r \sin u_1 - v) \sin \theta + \omega v \cos \theta \\ f_s (1 - \cos \delta_s) - v \sin u_1 \cos u_1 - \omega \end{pmatrix}$$

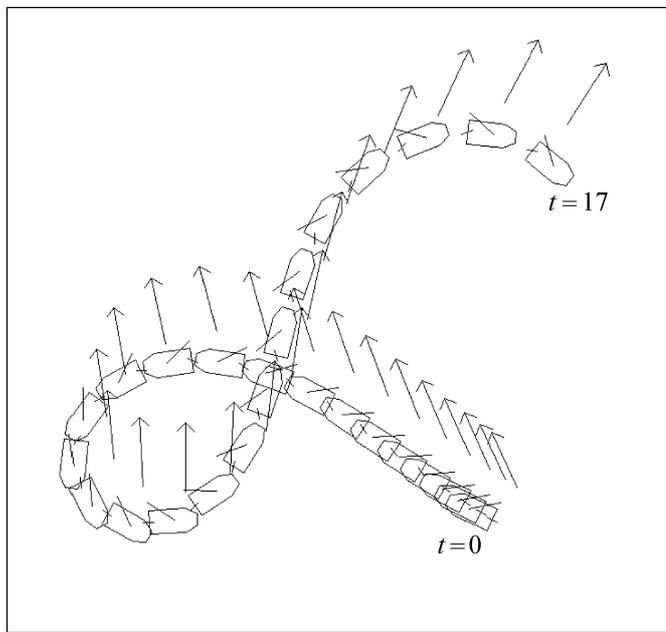
$\mathbf{h}(\mathbf{w})$

with

$$\mathbf{w} = \left( \theta \quad v \quad \omega \quad a \quad \psi \quad u_1 \quad u_2 \right)^T$$

and

$$\begin{cases} f_s(\mathbf{w}) = a \sin(\theta - \psi + \delta_s) \\ f_r(\mathbf{w}) = v \sin u_1 \\ \delta_s(\mathbf{w}) = \begin{cases} \pi - \theta + \psi & \text{if } \gamma(\mathbf{x}, t) \leq 0 \\ \text{sign}(\sin(\theta - \psi)) \cdot u_2 & \text{otherwise} \end{cases} \\ \gamma(\mathbf{w}) = \cos(\theta - \psi) + \cos(u_2). \end{cases}$$



Simulated experiment

