

Introduction à la robotique

Luc Jaulin

ENSTA Bretagne, LabSTICC, OSM, IHSEV

<http://www.ensta-bretagne.fr/jaulin/>

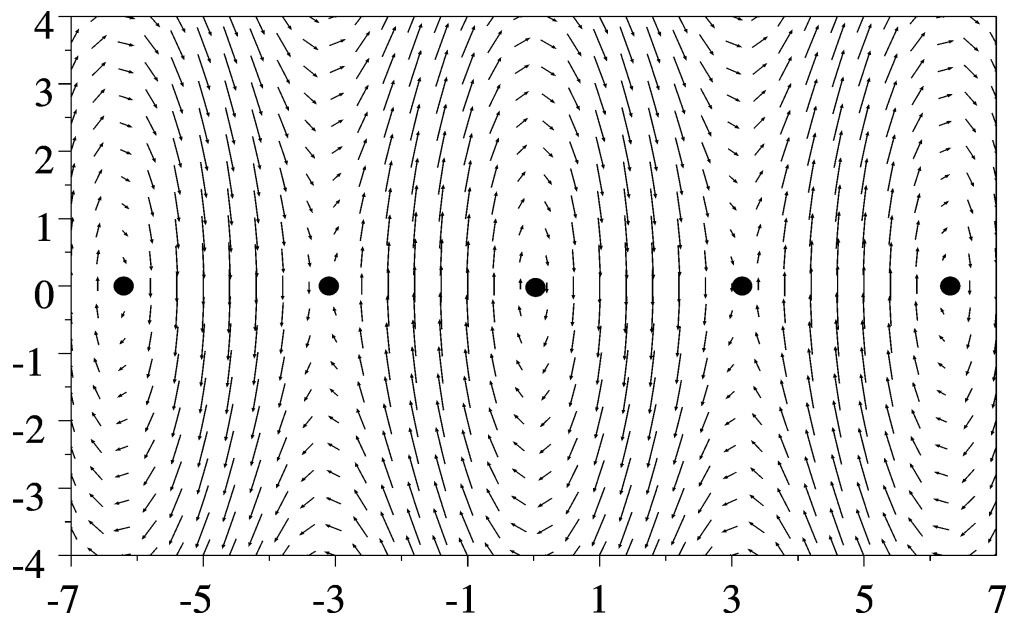
1 Systèmes dynamique

Un système dynamique s'écrit

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}).$$

Exemple : le pendule

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\sin x_1. \end{cases}$$



2 Véhicules

Un véhicule est un système dynamique commandé

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) .$$

Exemple. Le voilier

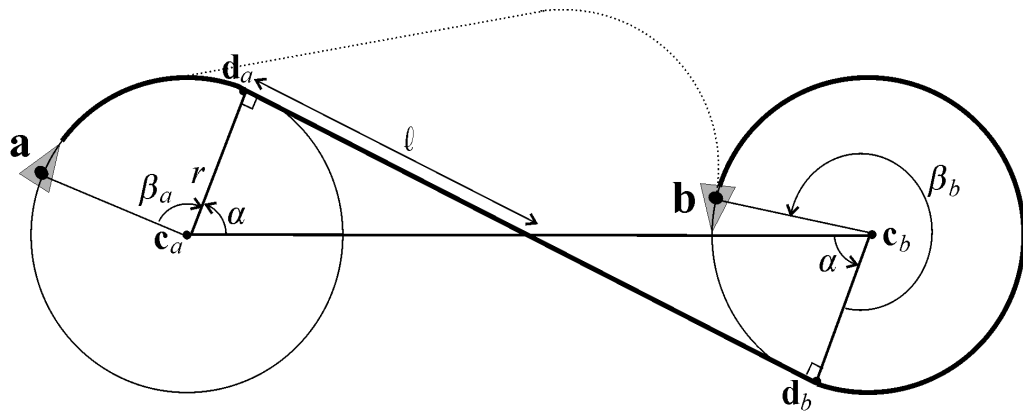
$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x} & = & v \cos \theta + p_1 a \cos \psi \\ \dot{y} & = & v \sin \theta + p_1 a \sin \psi \\ \dot{\theta} & = & \omega \\ \dot{v} & = & \frac{f_s \sin \delta_s - f_r \sin u_1 - p_2 v^2}{p_9} \\ \dot{\omega} & = & \frac{f_s (p_6 - p_7 \cos \delta_s) - p_8 f_r \cos u_1 - p_3 \omega}{p_{10}} \\ f_s & = & p_4 a \sin (\theta - \psi + \delta_s) \\ f_r & = & p_5 v \sin u_1 \\ \sigma & = & \cos (\theta - \psi) + \cos (u_2) \\ \delta_s & = & \begin{cases} \pi - \theta + \psi & \text{si } \sigma \leq 0 \\ \text{sign}(\sin(\theta - \psi)) \cdot u_2 & \text{sinon.} \end{cases} \end{array} \right.$$

Montrer bateau3d

Exemple. La voiture de Dubins.

$$\begin{cases} \dot{x} &= \cos \theta \\ \dot{y} &= \sin \theta \\ \dot{\theta} &= u \end{cases}$$

avec $u \in [-1, 1]$.



3 Robot

Un robot est un véhicule est un système dynamique intelligent

$$\begin{array}{lll} \dot{\mathbf{x}} & = & \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (\text{évolution}) \\ \mathbf{y} & = & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (\text{observation}) \\ \mathbf{u} & = & \mathbf{h}(\mathbf{y}) \quad (\text{contrôle}) \end{array}$$

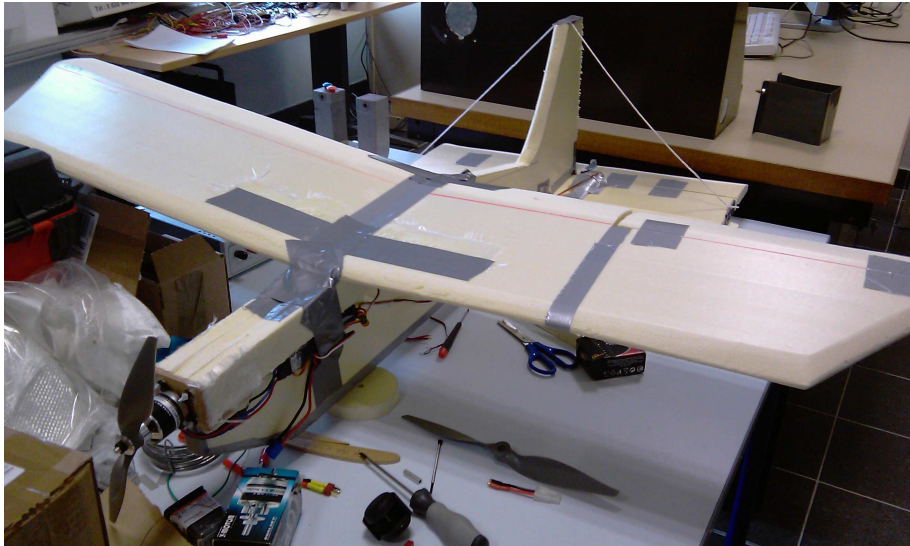
On a

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{h}(\mathbf{g}(\mathbf{x}))) = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$$

et donc un robot est un système dynamique.

Montrer Vaimos Angers

4 Problèmes qui découlent de l'existence des robots

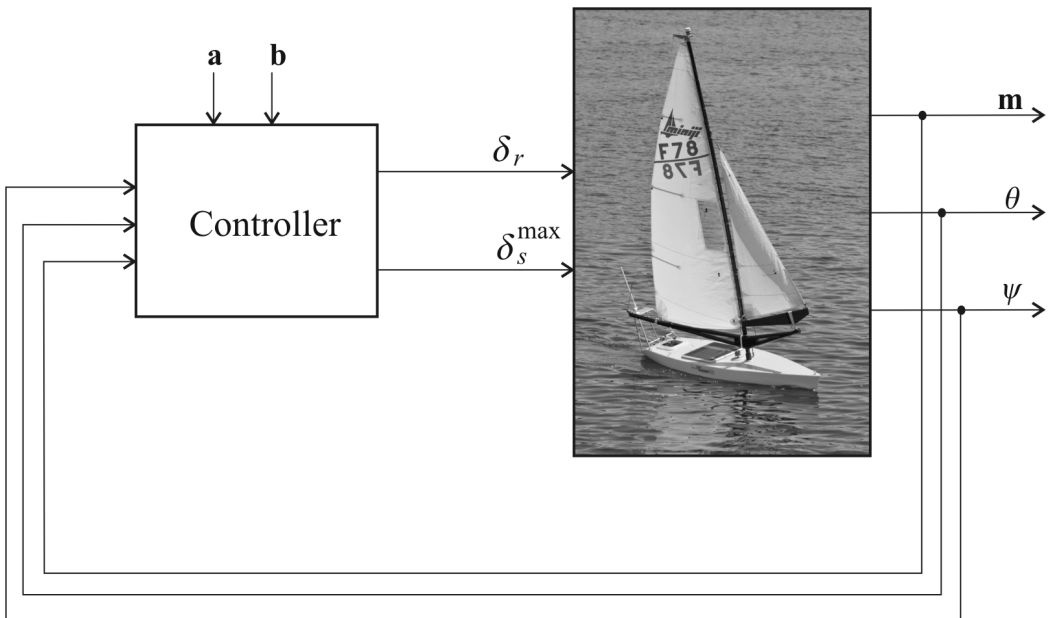


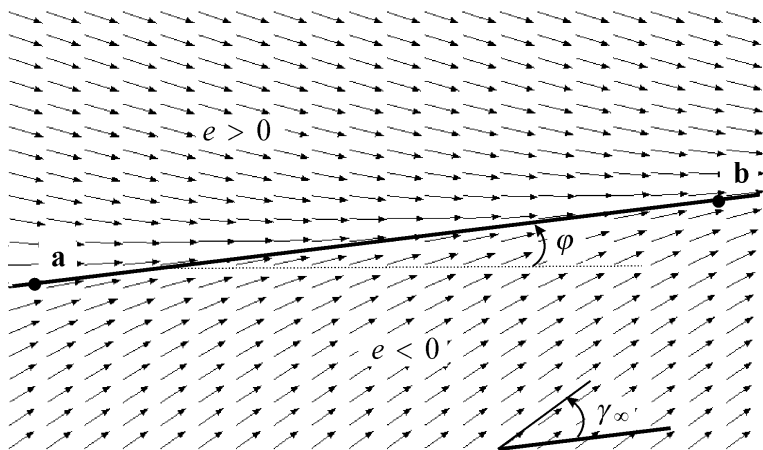
5 Vaimos

Collaboration ENSTA Bretagne/IFREMER



Vaimos à la WRSC (ENSTA Bretagne-IFREMER-Ecole Navale).





Régulateur : in: $\mathbf{m}, \theta, \psi, \mathbf{a}, \mathbf{b}$; out: $\delta_r, \delta_s^{\max}$; inout: q

$$1 \quad e = \frac{\det(\mathbf{b}-\mathbf{a}, \mathbf{m}-\mathbf{a})}{\|\mathbf{b}-\mathbf{a}\|}$$

$$2 \quad \text{if } |e| > \frac{r}{2} \text{ then } q = \text{sign}(e)$$

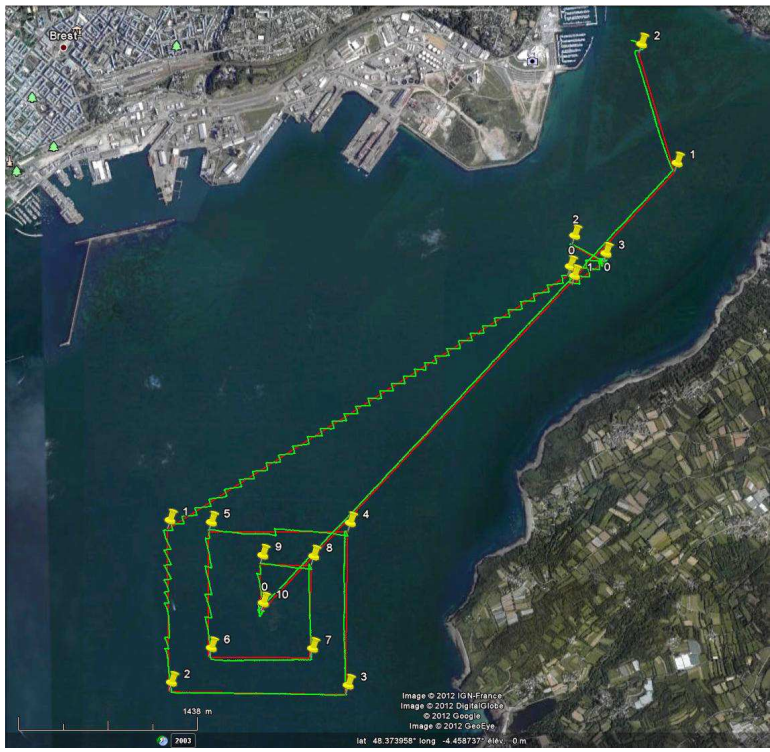
$$3 \quad \bar{\theta} = \text{atan2}(\mathbf{b} - \mathbf{a}) - \frac{1}{2} \cdot \text{atan}\left(\frac{e}{r}\right)$$

$$4 \quad \text{if } \cos(\psi - \bar{\theta}) + \cos \zeta < 0 \text{ then } \bar{\theta} = \pi + \psi - q \cdot \zeta.$$

$$5 \quad \delta_r = \frac{\delta_r^{\max}}{\pi} \cdot \text{atan}\left(\tan \frac{\theta - \bar{\theta}}{2}\right)$$

$$6 \quad \delta_s^{\max} = \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{\cos(\psi - \bar{\theta}) + 1}{2} \right).$$

On démontre mathématiquement le bon comportement de notre robot et on lance les expérimentations



6 Calcul par intervalles

Un robot est situé en (x, y) avec $x \in [-1, 2]$ et $y \in [2, 3]$.
Il mesure une distance d à un amer $\mathbf{a} : (1, 2)$. Cette distance satisfait $d \in [3, 4]$. Est-ce cohérent ?

On a

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} \in [3, 4]$$

avec

$$x \in [-1, 2] \text{ et } y \in [2, 3] .$$

Par intervalles

$$\begin{aligned} & \sqrt{([-1, 2] - 1)^2 + ([2, 3] - 2)^2} \\ = & \sqrt{([-2, 1])^2 + ([0, 1])^2} \\ = & \sqrt{[0, 4] + [0, 1]} = \sqrt{[0, 5]} = [0, \sqrt{5}] \\ = & [0, 2.236 \dots] \subset [0, 2.24] . \end{aligned}$$

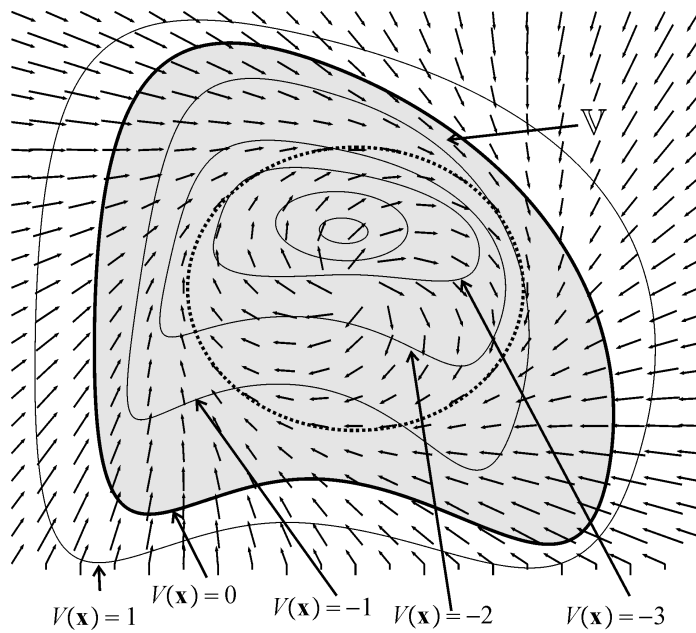
Or

$$[0, 2.24] \cap [3, 4] = \emptyset .$$

7 Preuve de propriétés des robots

Définition. Soit $V(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Le robot $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ est V -stable si

$$\left(V(\mathbf{x}) \geq 0 \Rightarrow \dot{V}(\mathbf{x}) < 0 \right).$$



Théorème.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ V(\mathbf{x}) \geq 0 \end{array} \right. \text{ impossible} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \text{ is } V\text{-stable.}$$

8 Validation expérimentale

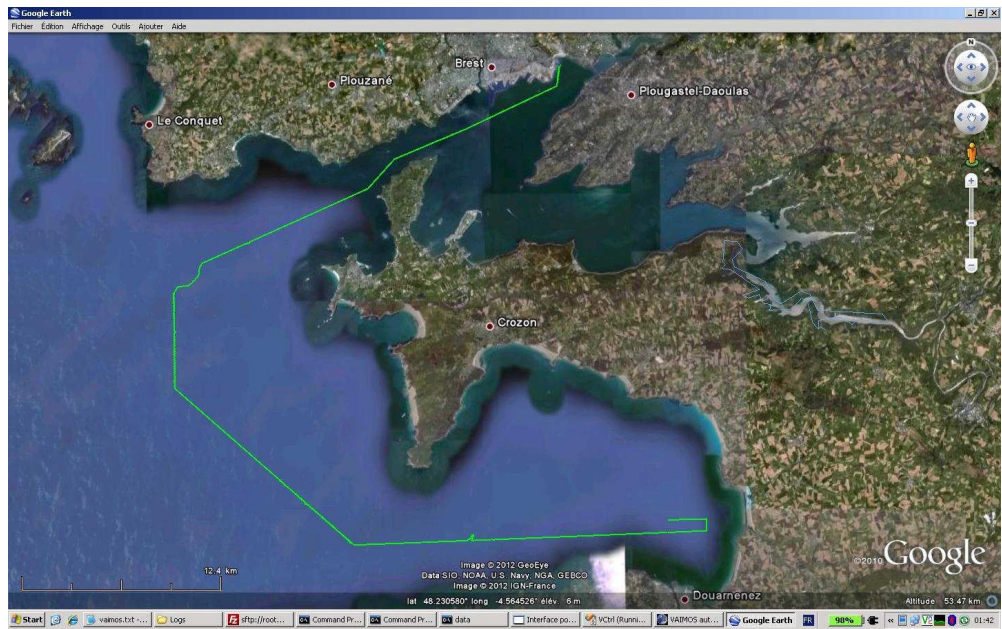
Brest-Douarnenez. January 17, 2012, 8am

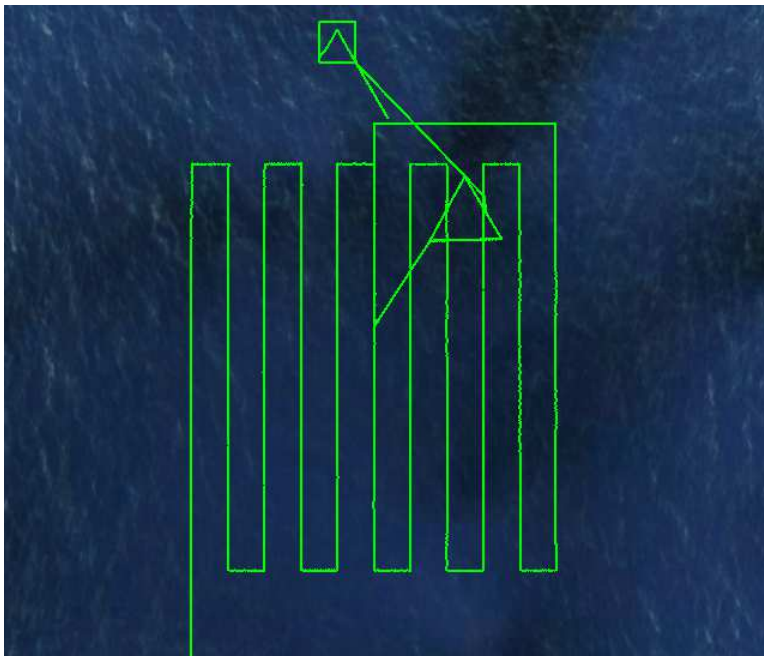












Au milieu de l'Atlantique, 350 km fait par Vaimos en 53h,
sept. 6-9, 2012.

Conséquence

Il est possible de garantir que le robot restera dans son couloir.

Indispensable pour établir des règles de circulation.

Indispensable pour identifier le responsable en cas d'accident.

9 Soutenances de thèse la semaine prochaine

Mercredi. Aymeric Bethencourt, l'ENSTA Bretagne. Interval Analysis for swarm localization. Application to underwater robotics.

Vendredi. Clément Aubry, école navale. Détection de boucles de robots sous marins par techniques ensemblistes.

A. Bethencourt and L. Jaulin (2013). 3D Reconstruction Using Interval Methods on The Kinect Device Coupled With an IMU. *International Journal of Advanced Robotic Systems*.

A. Bethencourt and L. Jaulin (2013). Cooperative localization of underwater robots with unsynchronized clocks, *Journal of Behavioral Robotics*.

A. Bethencourt and L. Jaulin (2014). Solving non-linear constraint satisfaction problems involving time-dependant functions. *Mathematics in Computer Science*.

C. Aubry, R. Desmare and L. Jaulin (2013). Loop detection of mobile robots using interval analysis. *Automatica*.

C. Aubry, R. Desmare and L. Jaulin (2014). Kernel characterization of an interval function. *Mathematics in Computer Science*.