Le contrôle du bateau autonome Boatbot

Joris Tillet

ENSTA Bretagne

14 juin 2019

À la recherche de la Cordelière

À la recherche de la Cordelière

Recherche Cordelière - Juin/Juillet 2018

Légende

Ligne boatbot

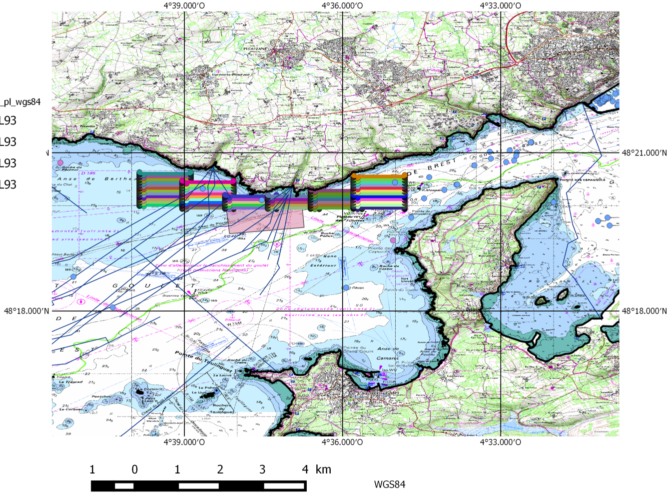
- TCH
- UWTROC
- OBSTRN
- CBL_PIP_102016_4326
- Definition_Zone_travail28juin_pl_wgs84

SCLIT_TOUR_0140_6840_L93

SCLIT_TOUR_0140_6830_L93

SCLIT_TOUR_0130_6840_L93

SCLIT_TOUR_0130_6830_L93



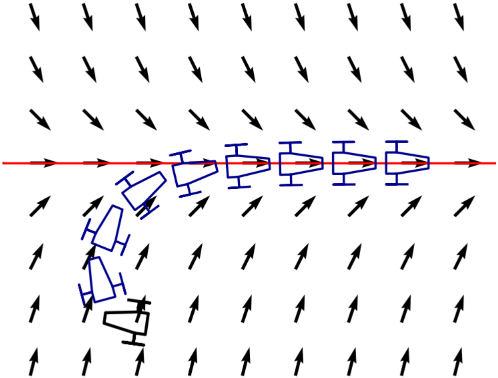
À la recherche de la Cordelière

Sommaire

Sommaire

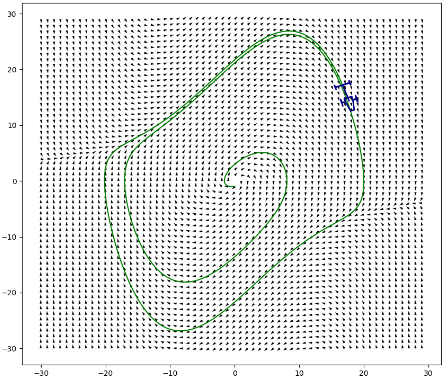
Suivi de champ de vecteurs

Boatbot doit faire du suivi de ligne. Nous avons traduit cela par un problème de champ de vecteurs.



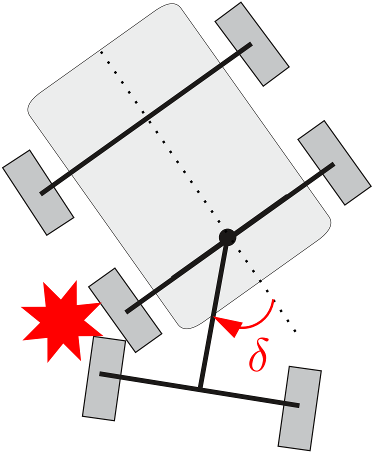
Objectifs

1. Trouver une loi de commande pour que la remorque suive le champ de vecteurs de Van der Pol ;
2. Connaître les endroits dans le champ de vecteurs où une contrainte sur l'état du robot n'est pas respectée.



Objectifs

1. Trouver une loi de commande pour que la remorque suive le champ de vecteurs de Van der Pol ;
2. Connaître les endroits dans le champ de vecteurs où une contrainte sur l'état du robot n'est pas respectée.

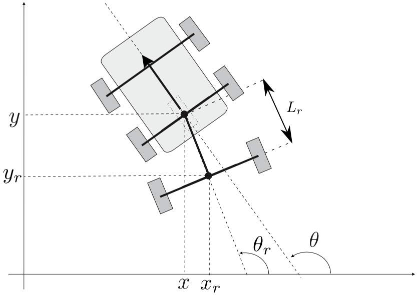


Modèle choisi

Un robot est un système dynamique, que l'on peut modéliser par une équation différentielle.

Il est décrit à chaque instant par son vecteur d'état X :

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \\ \theta_r \end{pmatrix}.$$

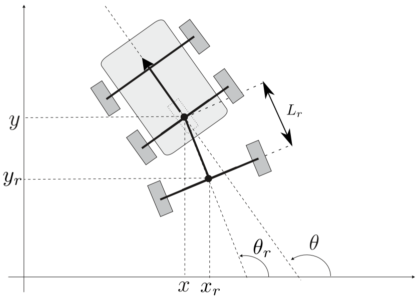


On mesure son état avec des capteurs : $y_{mes} = X$.

Modèle choisi

Et sa dynamique est donnée par l'équation différentielle suivante, avec f la fonction d'évolution du système :

$$\dot{X} = f(X,u) = \begin{cases} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ u \\ \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) \end{cases}$$



u est l'entrée du système, la commande qui permet de le contrôler.

Champ de vecteurs de Van der Pol

Le champ de vecteurs de Van der Pol peut s'écrire :

$$\begin{cases} a = & y_r \\ b = & -(0.01x_r^2 - 1)y_r - x_r \end{cases},$$

avec la position de la remorque en fonction de l'état X :

$$\begin{cases} x_r = & x - L_r \cos(\theta_r) \\ y_r = & y - L_r \sin(\theta_r) \end{cases}.$$

Sommaire

Expression de l'erreur

On souhaite que la remorque suive l'angle $d_a = \mathrm{arctan2}(b, a)$.
L'erreur qu'il faut compenser vaut donc : $e = \theta_r - d_a$.

Comment annuler e ?

On calcule les dérivées successives de l'erreur, jusqu'à faire apparaître u. Puis, on choisit une équation différentielle en e dont la solution converge (rapidement) vers 0.

$$
\begin{aligned}
\dot{e} &= \dot{\theta}_r - \dot{d}_a \\
&= \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) - \frac{a\dot{b} - b\dot{a}}{a^2 + b^2} \\
&= \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) - \ \dots \\
\ddot{e} &= \ \dots
\end{aligned}
$$

Comment annuler e ?

On calcule les dérivées successives de l'erreur, jusqu'à faire apparaître u. Puis, on choisit une équation différentielle en e dont la solution converge (rapidement) vers 0.

$$
\begin{aligned}
\dot{e} &= \dot{\theta}_r - \dot{d}_a \\
&= \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) - \frac{a\dot{b} - b\dot{a}}{a^2 + b^2} \\
&= \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) - \ \ldots \\
\ddot{e} &= \ \ldots
\end{aligned}
$$

Comment annuler e ?

On calcule les dérivées successives de l'erreur, jusqu'à faire apparaître u. Puis, on choisit une équation différentielle en e dont la solution converge (rapidement) vers 0.

$$
\begin{aligned}
\dot{e} &= \dot{\theta}_r - \dot{d}_a \\
&= \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) - \frac{a\dot{b} - b\dot{a}}{a^2 + b^2} \\
&= \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) - \ \ldots \\
\ddot{e} &= \ \ldots
\end{aligned}
$$

Comment annuler e ?

On calcule les dérivées successives de l'erreur, jusqu'à faire apparaître u. Puis, on choisit une équation différentielle en e dont la solution converge (rapidement) vers 0.

$$\begin{aligned}
\dot{e} &= \dot{\theta}_r - \dot{d}_a \\
&= \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) - \frac{a\dot{b} - b\dot{a}}{a^2 + b^2} \\
&= \frac{1}{L_r}\sin(\theta - \theta_r) - \ \ldots \\
\ddot{e} &= \ \ldots
\end{aligned}$$

Dérivées de Lie

On utilise des outils de géométrie différentielle :

$$\begin{cases} \dot{e} = \mathcal{L}_f(e) \\ \ddot{e} = \mathcal{L}_f(\dot{e}) \end{cases}$$

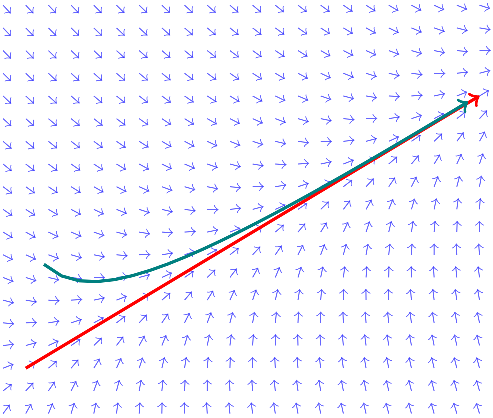


FIGURE – Exemple de flots sur un champ de vecteurs.

Commande u

On choisit la dynamique de notre erreur :

$$e + 2\dot{e} + \ddot{e} = 0$$

avec $\ddot{e}$ qui dépend de u. Donc on peut exprimer u en fonction de $e, \dot{e}$ et $\ddot{e}$, c'est-à-dire en fonction de l'état X du robot :

$$u = -\frac{1}{(-y+\sin(\theta_r)+\sin(y-\sin(\theta_r))+\cos(x-\cos(\theta_r)))^2+1}\left(-p_1\cos(\theta)+\left(p_1\sin(\theta)-\frac{p_1}{L_r}\sin(\theta_r)\cos(\theta-\right.\right.$$

Commande u

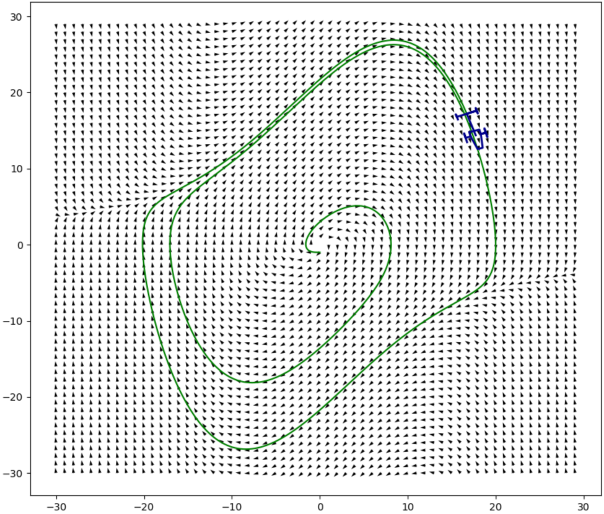
On choisit la dynamique de notre erreur :

$$e + 2\dot{e} + \ddot{e} = 0$$

avec $\ddot{e}$ qui dépend de u. Donc on peut exprimer u en fonction de $e, \dot{e}$ et $\ddot{e}$, c'est-à-dire en fonction de l'état X du robot :

$$u = \frac{}{-\frac{1}{(-y+\sin(\theta_r)+\sin(y-\sin(\theta_r))+\cos(x-\cos(\theta_r)))^2+1}\Big(-p_1\cos(\theta) + \Big(p_1\sin(\theta) - \frac{p_1}{L_r}\sin(\theta_r)\cos(\theta -}$$

Résultat



Sommaire

Expression de la contrainte

La contrainte s'exprime comme une condition sur une fonction du vecteur d'état. On a par exemple :

$$\begin{cases} \dot{X} & = f(X) \\ H(X) & \geq 0 \end{cases}.$$

On prend par exemple :

$$\cos(\theta - \theta_r) - \cos(\delta_{lim}) \geq 0.$$

Objectif

On souhaite savoir si pour toute position possible $Y = (y_1, y_2)$ la contrainte est respectée ou non, lorsque la remorque suit correctement le champ de vecteurs.
On suppose donc que notre remorque suit le champ de vecteurs de Van der Pol :

$$\dot{Y} = vdp(Y).$$

Calcul du vecteur d'état

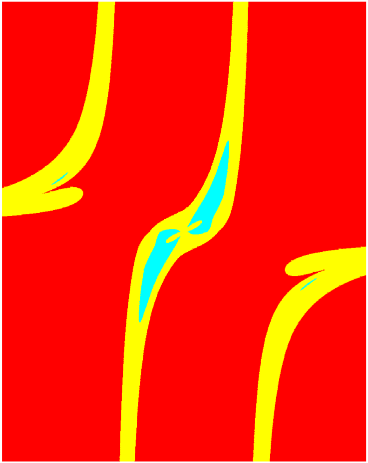
Et on en déduit les différentes composantes du vecteur d'état X pour chaque position :

$$\begin{cases} \theta_r = & \arctan2(\dot{y_2}, \dot{y_1}) \\ x, y = & \phi(y_1, y_2, \theta_r) \\ \theta = & \arctan2(\dot{y}, \dot{x}) \end{cases},$$

avec ϕ la fonction qui permet de passer de la position de la remorque à la position du robot.
Et on peut donc calculer l'expression symbolique de notre contrainte.

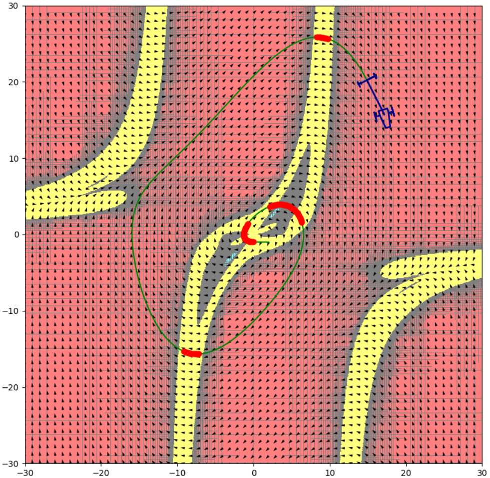
Résultat

De l'expression symbolique `Sympy` de la contrainte, on calcule le séparateur `Pyibex` associé (cf Section suivante), et on peut donc obtenir le résultat attendu avec un Sivia :



Résultat

On superpose maintenant ce résultat avec la simulation sur le champ de vecteur, et on valide sa cohérence.



Le contrôle du bateau autonome Boatbot

Joris TILLET

ENSTA Bretagne

14 juin 2019