Modèle dynamique d'un AUV et pistes d'amélioration

Elias Aoun Durand

Prédictor

2019

Plan de l'exposé

"Dubin's car"
Equations dynamiques

- modèle 2D

$$\begin{cases} \dot{x} = V cos(\theta) \\ \dot{y} = V sin(\theta) \\ \dot{\theta} = u \underbrace{-V}_{drag} \end{cases}$$

- (Régulation PID en z)

"Dubin's car"
Equations dynamiques

- modèle 2D

$$\begin{cases} \dot{x} = V cos(\theta) \\ \dot{y} = V sin(\theta) \\ \dot{\theta} = u \underbrace{-V}_{drag} \end{cases}$$

- (Régulation PID en z)

"Dubin's car" : conditions d'utilisation et limites

Conditions d'utilisation

- "Stabilité" hydrodynamique
- Faible vitesse V
- Rester dans un plan (O, x, y)
- Contrainte sur la courbure de la trajectoire

"Dubin's car" : conditions d'utilisation et limites
Conditions d'utilisation

- "Stabilité" hydrodynamique
- Faible vitesse V
- Rester dans un plan (O, x, y)
- Contrainte sur la courbure de la trajectoire

"Dubin's car" : conditions d'utilisation et limites

Conditions d'utilisation

- "Stabilité" hydrodynamique
- Faible vitesse V
- Rester dans un plan (O, x, y)
- Contrainte sur la courbure de la trajectoire

"Dubin's car" : conditions d'utilisation et limites

Conditions d'utilisation

- "Stabilité" hydrodynamique
- Faible vitesse V
- Rester dans un plan (O, x, y)
- Contrainte sur la courbure de la trajectoire

Mais...
Equation de Navier-Stokes

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla\rho + \upsilon\nabla^2\mathbf{V} + \frac{1}{\rho}\mathbf{F} \\ \nabla\mathbf{V} = 0 \end{array} \right.$$

Modèle cinématique

Equations générales du mouvement

- Equation cinématique en translation

$$\begin{bmatrix} \dot{P_N} \\ \dot{P_E} \\ \dot{P_D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\Psi c_\Theta & -s_\Psi c_\Phi + c_\Psi s_\Theta s_\Phi & s_\Psi s_\Phi + c_\Psi c_\Phi s_\Theta \\ s_\Psi c_\Theta & c_\Psi c_\Phi + s_\Phi s_\Theta s_\Psi & -c_\Psi s_\Phi + s_\Theta s_\Psi c_\Phi \\ -s_\Theta & c_\Theta s_\Phi & c_\Theta c_\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

- Equation cinématique en rotation

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & \cos\Phi & \cos\Theta\sin\Psi \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Theta\cos\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}$$

Modèle cinématique

Equations générales du mouvement

- Equations générales

$$X = m(\dot{U} + QW + RV)$$
$$Y = m(\dot{V} + RU - PW)$$
$$Z = m([\dot{W} + PV - QU)$$
$$K = I_{x_C}\dot{P} + (I_{z_C} - I_{y_C})QR$$
$$M = I_{y_C}\dot{Q} + (I_{x_C} - I_{z_C})RP$$
$$N = I_{z_C}\dot{R} + (I_{y_C} - I_{x_C})PQ$$

Forces et moments
Contributions diverses

- Hydrodynamisme, $_H$
- Propulsion, $_T$
- Gravité, $_G$
- Poussée, $_B$

Forces et moments
Contributions diverses

- Hydrodynamisme, $_H$
- Propulsion, $_T$
- Gravité, $_G$
- Poussée, $_B$

Forces et moments
Contributions diverses

- Hydrodynamisme, $_H$
- Propulsion, $_T$
- Gravité, $_G$
- Poussée, $_B$

Forces et moments

Contributions diverses

- Hydrodynamisme, $_H$
- Propulsion, $_T$
- Gravité, $_G$
- Poussée, $_B$

Forces et moments
Contributions diverses

- Hydrodynamisme, $_H$
- Propulsion, $_T$
- Gravité, $_G$
- Poussée, $_B$

Forces et moments hydrodynamiques

C'est pas facile...

- Angle d'attaque α
- Angle de glissement ou "sideslip" (proche de 0)

$$
\begin{aligned}
X_H &= X^S \cos\alpha - Z^S \sin\alpha \\
Y_H &= Y^S \\
Z_H &= Z^S \cos\alpha + X^S \sin\alpha \\
K_H &= K^S \cos\alpha - N^S \sin\alpha \\
M_H &= N^S \\
N_H &= N^S \cos\alpha + K^S \sin\alpha
\end{aligned}
$$

Forces et moments hydrodynamiques

Des coefficients partout...

$$D = -X^S \qquad L = -Z^S$$

$$\begin{aligned}
D &= \bar{q} l^2 C_D \\
Y^S &= \bar{q} l^2 C_Y \\
L &= \bar{q} l^2 C_L \\
K^S &= \bar{q} l^3 C_K \\
M^S &= \bar{q} l^3 C_M \\
N^S &= \bar{q} l^3 C_N
\end{aligned}$$

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho \bar{V}^2$$

Forces et moments hydrodynamiques

Pour vous faire peur

$$
\begin{aligned}
C_D &= C_{D_{basic}}(\alpha) \\
&\quad + C_{D_{\delta_{dl}}}(\delta_{dl})\delta_{dl} + C_{D_{\delta_{dr}}}(\delta_{dr})\delta_{dr} + C_{D_{\delta_e}}(\delta_e)\delta_e \\
C_Y &= C_{Y_\beta}(\alpha)\beta + C_{Y_r}(\alpha)\hat{r} \\
&\quad + \frac{V_T^2}{V_0^2} C_{Y_{\delta_r}}(\delta_r)\delta_r \\
C_L &= C_{L_0} + C_{L_\alpha}(\alpha)\alpha + C_{L_q}(\alpha)\hat{q} \\
&\quad + C_{L_{\delta_{dl}}}(\delta_{dl})\delta_{dl} + C_{L_{\delta_{dr}}}(\delta_{dr})\delta_{dr} + C_{L_{\delta_e}}(\delta_e)\delta_e \\
C_K &= C_{K_p}(\alpha)\hat{p} + C_{K_r}(\alpha)\hat{r} \\
&\quad + C_{K_{\delta_{dl}}}(\delta_{dl})\delta_{dl} + C_{K_{\delta_{dr}}}(\delta_{dr})\delta_{dr} \\
C_M &= C_{M_0} + C_{M_\alpha}(\alpha)\alpha + C_{M_q}(\alpha)\hat{q} \\
&\quad + C_{M_{\delta_{dl}}}(\delta_{dl})\delta_{dl} + C_{M_{\delta_{dr}}}(\delta_{dr})\delta_{dr} + C_{M_{\delta_e}}(\delta_e)\delta_e \\
C_N &= C_{N_\beta}(\alpha)\beta + C_{N_p}(\alpha)\hat{p} + C_{N_r}(\alpha)\hat{r} \\
&\quad + C_{N_{\delta_{dl}}}(\delta_{dl})\delta_{dl} + C_{N_{\delta_{dr}}}(\delta_{dr})\delta_{dr} + \frac{V_T^2}{V_0^2} C_{N_{\delta_r}}(\delta_r)\delta_r
\end{aligned}
$$

Pour les autres contributions
Gravité

$$F_G^B = \begin{bmatrix} -W \sin\Theta \\ W \cos\Theta \sin\Phi \\ W \cos\Theta \cos\Phi \end{bmatrix}$$

$$M_G^B = 0$$

Pour les autres contributions

Poussée

$$F_B^B = \begin{bmatrix} B\sin\Theta \\ -B\cos\Theta\sin\Phi \\ -B\cos\Theta\cos\Phi \end{bmatrix}$$

$$M_B^B = \begin{bmatrix} -y_B B\cos\Theta\cos\Phi + z_B B\cos\Theta\sin\Phi \\ z_B B\sin\Theta + x_B B\cos\Theta\cos\Phi \\ -x_B B\cos\Theta\sin\Phi - y_B B\sin\Theta \end{bmatrix}$$

Pour les autres contributions
Propulsion

$$\frac{T}{2T_{x_s}}\left\{\frac{U}{w_{x_s}}+\left[\frac{U}{w_{x_s}}^{2}+\frac{4T}{T_{x_s}}\right]^{\frac{1}{2}}\right\}=1$$

Détermination des paramètres

Trois méthodes

- Estimation basée sur des expérimentations
- Méthodes empiriques -> USAF Stability and Control DATCOM (60’s)
- Computational Fluid Dynamics (SymScale, ANSYS, Autodesk CFD, etc.)

Linéarisation
Théorie des perturbations

- Utile de linéariser pour utiliser les outils de la théorie du contrôle (filtre de Kalman par exemple)
- Développement limité (au premier ordre)
  - $A = A_0 + \alpha$
  - On développe
  - On enlève les termes correspondant à l'équilibre

$$\boldsymbol{V_B} = (U_0 + u)\boldsymbol{i_b} + v\boldsymbol{j_b} + (W_0 + w)\mathbf{k_b}$$
$$\boldsymbol{\omega_B} = p\mathbf{i_b} + q\boldsymbol{j_b} + r\mathbf{k}_b$$
$$\boldsymbol{e} = (\phi, \Theta_0 + \theta, \psi)$$

Linéarisation

Equations du mouvement linéarisées

$$X = (m - X_{\dot{u}})\dot{U} + m(QW - RV)$$
$$Y = (m - Y_{\dot{v}})\dot{V} + m(RU - PW)$$
$$Z = (m - Z_{\dot{w}})\dot{W} + m(PV - QU)$$
$$K = (I_x - K_{\dot{p}})\dot{P} + (I_z - I_y)QR$$
$$M = (I_y - M_{\dot{q}})\dot{Q} + (I_x - I_z)RP$$
$$N = (I_z - N_{\dot{r}})\dot{R} + (I_y - I_x)PQ$$

- Non linéaire ...

$$X = (m - X_{\dot{u}})\dot{u} + mW_0 q$$
$$Y = (m - Y_{\dot{v}})\dot{v}$$
$$Z = (m - Z_{\dot{w}})\dot{w} - mU_0 q$$
$$K = (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p}$$
$$M = (I_y - M_{\dot{q}})\dot{q}$$
$$N = (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r}$$

- Lineaire !

Linéarisation

Equations finales linéarisées

- Modèle linéaire longitudinal

$$\mathbf{M_l}\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{l} = \mathbf{A_l}\mathbf{x_l} + \mathbf{B_l}\mathbf{u_l}$$

- Modèle linéaire latéral

$$\mathbf{M_t}\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{l} = \mathbf{A_t}\mathbf{x_t} + \mathbf{B_t}\mathbf{u_t}$$

- Exemple de matrices

$$\mathbf{x_t} = \begin{bmatrix} v & p & r & \phi \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{u_l} = \begin{bmatrix} \delta_r & \delta_{dl} & \delta_{dr} & \delta_{tl} & \delta_{tr} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M_r} = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x - K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_z - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A_l} = \begin{bmatrix} Y_{H_v} & Y_{H_p} & Y_{H_r} & \cos\Theta_0(W-B) \\ K_{H_v} & K_{H_p} & K_{H_r} & z_B B \cos\Theta_0 \\ N_{H_v} & N_{H_p} & N_{H_r} & 0 \\ 0 & 1 & \tan\Theta_0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B_l} = \begin{bmatrix} Y_{H_{\delta_r}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{H_{\delta_r}} & K_{H_{\delta_{dl}}} & K_{H_{\delta_{dr}}} & K_{Tl_{\delta_{tl}}} & K_{Tr_{\delta_{tr}}} \\ N_{H_{\delta_r}} & N_{H_{\delta_{dl}}} & N_{H_{\delta_{dr}}} & N_{Tl_{\delta_{tl}}} & N_{Tr_{\delta_{tr}}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$