

Méthodes garanties pour l'estimation d'état et le contrôle de cohérence des systèmes non linéaires à temps continu

Gaétan Videau
Ali Zolghadri, Tarek Raïssi

Université Bordeaux I, Laboratoire IMS

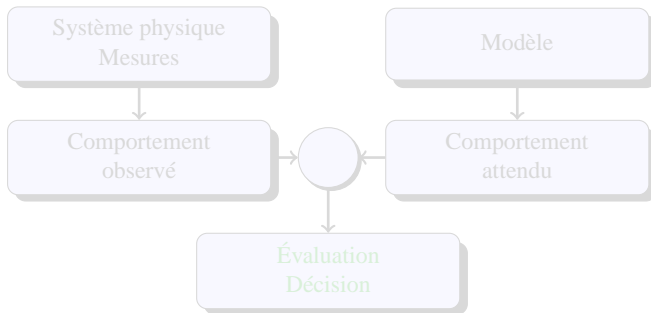
Groupe de travail MEA
03 décembre 2009

- 1 Problématique et motivations
- 2 Estimation d'état ensembliste : systèmes non linéaires à temps continu
- 3 Contrôle d'intégrité et de cohérence à base de modèles : approche garantie
- 4 Conclusion et perspectives

- 1 Problématique et motivations
- 2 Estimation d'état ensembliste : systèmes non linéaires à temps continu
 - Approches existantes
 - Approche proposée : estimateur monotone par retour de sortie
 - Exemple : système trois cuves
- 3 Contrôle d'intégrité et de cohérence à base de modèles : approche garantie
- 4 Conclusion et perspectives

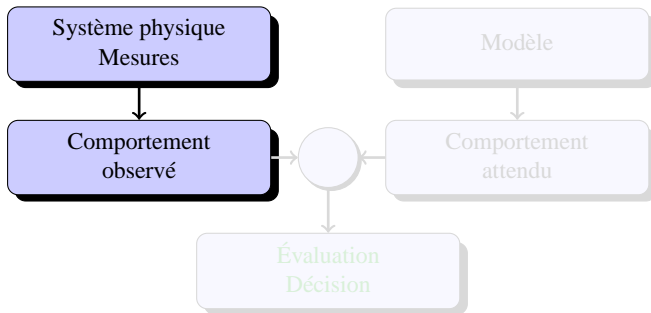
Diagnostic à base de modèle

- Méthodologie générale :

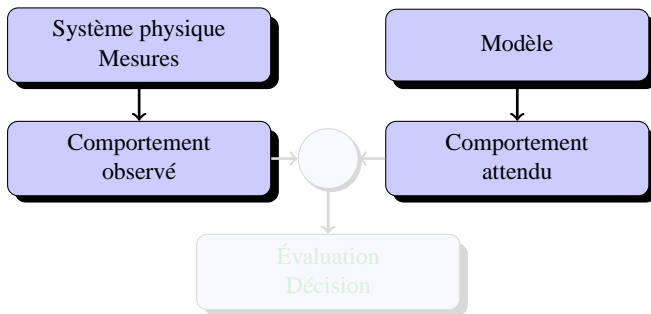


Diagnostic à base de modèle

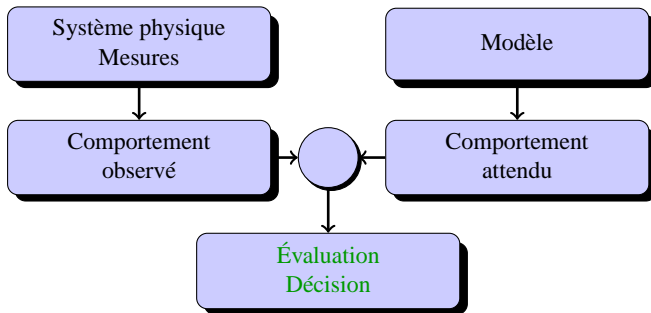
- Méthodologie générale :



- Méthodologie générale :



- Méthodologie générale :



Objectif

Générer des signaux indicateurs de défauts de façon à satisfaire à des spécifications imposées en termes de :

- Robustesse vis-à-vis des perturbations internes et externes
- Sensibilité vis-à-vis des défauts

Diagnostic à base de modèles : approches orientées “signal”

Techniques à base d'estimation des variables externes / internes

- **Estimation** souvent à base de filtre de Kalman et ses dérivés (EKF, UKF, ...)
- **Évaluation** : logique à seuil, test séquentiel de Wald, test de Pearson, ...

Tests de cohérence sur les variables internes

Détection de variations paramétriques par le test de chi-deux, tests basés sur les régions de confiance (test RC2) [Zolghadri, 1996],...

Limitation

Difficulté d'une intégration explicite des objectifs de sensibilité et de robustesse lors de la phase de synthèse

Diagnostic à base de modèles : approches orientées “signal”

Techniques à base d'estimation des variables externes / internes

- **Estimation** souvent à base de filtre de Kalman et ses dérivés (EKF, UKF, ...)
- **Évaluation** : logique à seuil, test séquentiel de Wald, test de Pearson, ...

Tests de cohérence sur les variables internes

Détection de variations paramétriques par le test de chi-deux, tests basés sur les régions de confiance (test RC2) [Zolghadri, 1996],...

Limitation

Difficulté d'une intégration explicite des objectifs de sensibilité et de robustesse lors de la phase de synthèse

Diagnostic à base de modèles : approches orientées “signal”

Techniques à base d'estimation des variables externes / internes

- **Estimation** souvent à base de filtre de Kalman et ses dérivés (EKF, UKF, ...)
- **Évaluation** : logique à seuil, test séquentiel de Wald, test de Pearson, ...

Tests de cohérence sur les variables internes

Détection de variations paramétriques par le test de chi-deux, tests basés sur les régions de confiance (test RC2) [Zolghadri, 1996],...

Limitation

Difficulté d'une intégration explicite des objectifs de sensibilité et de robustesse lors de la phase de synthèse

Diagnostic à base de modèles : approches orientées “signal”

Techniques à base d'estimation des variables externes / internes

- **Estimation** souvent à base de filtre de Kalman et ses dérivés (EKF, UKF, ...)
- **Évaluation** : logique à seuil, test séquentiel de Wald, test de Pearson, ...

Tests de cohérence sur les variables internes

Détection de variations paramétriques par le test de chi-deux, tests basés sur les régions de confiance (test RC2) [Zolghadri, 1996],...

Limitation

Difficulté d'une intégration explicite des objectifs de sensibilité et de robustesse lors de la phase de synthèse

Diagnostic à base de modèles : approches orientées “système”

Formulation explicite des objectifs de sensibilité et de robustesse lors de la synthèse

Vecteur de résidu

$$\mathbf{r}(t) = \Psi(\mathbf{d}(t), \mathbf{f}(t)).$$

Formulation Min/Max

$$\min \alpha, \max \beta \text{ s.c. } \begin{cases} \|\Psi(\mathbf{d}(t), 0)\|_p < \alpha \\ \|\Psi(\mathbf{d}(t), \mathbf{f}(t))\|_p > \beta \end{cases}$$

Grandes familles de méthodologies

- Découplage par projection dans l'espace de parité
- Découplage à l'aide d'observateurs de diagnostic
- Approche par synthèse directe de filtres de diagnostic
- ...

Diagnostic à base de modèles : approches orientées “système”

Formulation explicite des objectifs de sensibilité et de robustesse lors de la synthèse

Vecteur de résidu

$$\mathbf{r}(t) = \Psi(\mathbf{d}(t), \mathbf{f}(t)).$$

Formulation Min/Max

$$\min \alpha, \max \beta \text{ s.c. } \begin{cases} \|\Psi(\mathbf{d}(t), 0)\|_p < \alpha \\ \|\Psi(\mathbf{d}(t), \mathbf{f}(t))\|_p > \beta \end{cases}$$

Grandes familles de méthodologies

- Découplage par projection dans l'espace de parité
- Découplage à l'aide d'observateurs de diagnostic
- Approche par synthèse directe de filtres de diagnostic
- ...

Diagnostic à base de modèles : approches orientées “système”

**Formulation explicite des objectifs
de sensibilité et de robustesse lors de la synthèse**

Vecteur de résidu

$$\mathbf{r}(t) = \Psi(\mathbf{d}(t), \mathbf{f}(t)).$$

Formulation Min/Max

$$\min \alpha, \max \beta \text{ s.c. } \begin{cases} \|\Psi(\mathbf{d}(t), 0)\|_p < \alpha \\ \|\Psi(\mathbf{d}(t), \mathbf{f}(t))\|_p > \beta \end{cases}$$

Grandes familles de méthodologies

- Découplage par projection dans l'espace de parité
- Découplage à l'aide d'observateurs de diagnostic
- Approche par synthèse directe de filtres de diagnostic
- ...

Diagnostic à base de modèles : approches orientées “système”

**Formulation explicite des objectifs
de sensibilité et de robustesse lors de la synthèse**

Vecteur de résidu

$$\mathbf{r}(t) = \Psi(\mathbf{d}(t), \mathbf{f}(t)).$$

Formulation Min/Max

$$\min \alpha, \max \beta \text{ s.c. } \begin{cases} \|\Psi(\mathbf{d}(t), 0)\|_p < \alpha \\ \|\Psi(\mathbf{d}(t), \mathbf{f}(t))\|_p > \beta \end{cases}$$

Grandes familles de méthodologies

- Découplage par projection dans l'espace de parité
- Découplage à l'aide d'observateurs de diagnostic
- Approche par synthèse directe de filtres de diagnostic
- ...

Diagnostic à base de modèles : modélisation

On dispose généralement de modèles

- Non linéaires
- A temps continu
- Dont certains paramètres sont mal connus
- ...

Souvent on est amené à

- Linéariser
- Estimer les paramètres
- Faire des hypothèses de nature stochastique sur les sources de perturbations
- ...

Diagnostic à base de modèles : modélisation

On dispose généralement de modèles

- Non linéaires
- A temps continu
- Dont certains paramètres sont mal connus
- ...

Souvent on est amené à

- Linéariser
- Estimer les paramètres
- Faire des hypothèses de nature stochastique sur les sources de perturbations
- ...

Diagnostic à base de modèles : modélisation

On dispose généralement de modèles

- Non linéaires
- A temps continu
- Dont certains paramètres sont mal connus
- ...

Souvent on est amené à

- Linéariser
- Estimer les paramètres
- Faire des hypothèses de nature stochastique sur les sources de perturbations
- ...

Démarche de modélisation proposée :

Développement de méthodes "garanties" de diagnostic et de contrôle de cohérence pour des applications où les résultats de diagnostic doivent être déterministes.

Contexte à erreurs bornées

Hypothèses :

- Erreurs bornées
- Bornes connues *a priori*

⇒ Calcul de l'ensemble des valeurs admissibles

Cette approche permet de :

- Propager, de façon naturelle, les incertitudes ; calculer l'ensemble des valeurs atteignables
- Ne pas faire d'hypothèses stochastiques
- ...

Démarche de modélisation proposée :

Développement de méthodes "garanties" de diagnostic et de contrôle de cohérence pour des applications où les résultats de diagnostic doivent être déterministes.

Contexte à erreurs bornées

Hypothèses :

- Erreurs bornées
- Bornes connues *a priori*

⇒ Calcul de l'ensemble des valeurs admissibles

Cette approche permet de :

- Propager, de façon naturelle, les incertitudes ; calculer l'ensemble des valeurs atteignables
- Ne pas faire d'hypothèses stochastiques
- ...

Démarche de modélisation proposée :

Développement de méthodes "garanties" de diagnostic et de contrôle de cohérence pour des applications où les résultats de diagnostic doivent être déterministes.

Contexte à erreurs bornées

Hypothèses :

- Erreurs bornées
- Bornes connues *a priori*

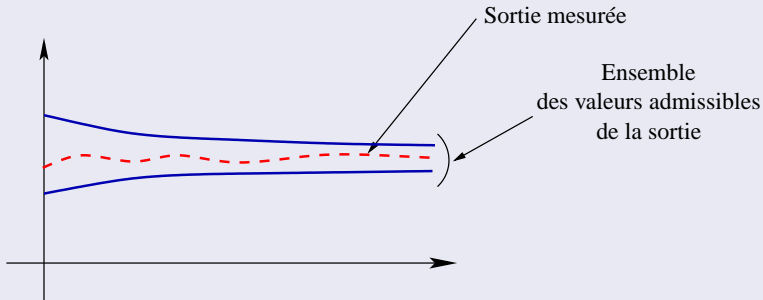
⇒ Calcul de l'ensemble des valeurs admissibles

Cette approche permet de :

- Propager, de façon naturelle, les incertitudes ; calculer l'ensemble des valeurs atteignables
- Ne pas faire d'hypothèses stochastiques
- ...

Approche à erreurs bornées : détection d'anomalies

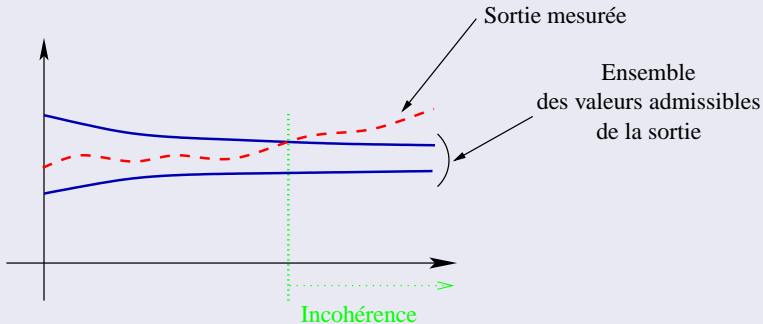
Idée de base



Problème de détection \Leftrightarrow test d'incohérence

Approche à erreurs bornées : détection d'anomalies

Idée de base



Problème de détection \Leftrightarrow test d'incohérence

Approche à erreurs bornées : détection d'anomalies

Compromis
Robustesse / Sensibilité



Compromis
"Garantie / Conservatisme"

Couverture de tous les comportements possibles

✓ Absence de fausse alarme \Leftrightarrow Garantie

★ Masquer l'effet de certains défauts \Leftrightarrow Conservatisme

Approche à erreurs bornées : détection d'anomalies

Compromis
Robustesse / Sensibilité



Compromis
"Garantie / Conservatisme"

Couverture de tous les comportements possibles

- ✓ Absence de fausse alarme \Leftrightarrow Garantie
- ★ Masquer l'effet de certains défauts \Leftrightarrow Conservatisme

Démarche de modélisation proposée :

Modèle non linéaire à temps continu

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}^m(t) &= \mathbf{y}(t) + \varepsilon \\ \mathbf{x}(t_0) &\in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} &\in [\mathbf{p}] \\ \varepsilon &\in [\underline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}] \end{cases}$$

Étape fondamentale

Estimation d'état

Contexte à erreurs bornées

Estimation d'état \Rightarrow Couverture ensembliste minimale d'état

Démarche de modélisation proposée :

Modèle non linéaire à temps continu

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{\mathbf{x}}(t) & = & \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}(t) & = & \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}^m(t) & = & \mathbf{y}(t) + \varepsilon \\ \mathbf{x}(t_0) & \in & [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} & \in & [\mathbf{p}] \\ \varepsilon & \in & [\underline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}] \end{array} \right.$$

Étape fondamentale

Estimation d'état

Contexte à erreurs bornées

Estimation d'état \Rightarrow Couverture ensembliste minimale d'état

Démarche de modélisation proposée :

Modèle non linéaire à temps continu

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}^m(t) &= \mathbf{y}(t) + \varepsilon \\ \mathbf{x}(t_0) &\in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} &\in [\mathbf{p}] \\ \varepsilon &\in [\underline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}] \end{cases}$$

Étape fondamentale

Estimation d'état

Contexte à erreurs bornées

Estimation d'état \Rightarrow Couverture ensembliste minimale d'état

Démarche de modélisation proposée :

Modèle non linéaire à temps continu

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{\mathbf{x}}(t) & = & \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}(t) & = & \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}^m(t) & = & \mathbf{y}(t) + \varepsilon \\ \mathbf{x}(t_0) & \in & [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} & \in & [\mathbf{p}] \\ \varepsilon & \in & [\underline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}] \end{array} \right.$$

Étape fondamentale

Estimation d'état

Contexte à erreurs bornées

Estimation d'état \Rightarrow Couverture ensembliste minimale d'état

- 1 Problématique et motivations
- 2 Estimation d'état ensembliste : systèmes non linéaires à temps continu
 - Approches existantes
 - Approche proposée : estimateur monotone par retour de sortie
 - Exemple : système trois cuves
- 3 Contrôle d'intégrité et de cohérence à base de modèles : approche garantie
- 4 Conclusion et perspectives

- 1 Problématique et motivations
- 2 Estimation d'état ensembliste : systèmes non linéaires à temps continu
 - Approches existantes
 - Approche proposée : estimateur monotone par retour de sortie
 - Exemple : système trois cuves
- 3 Contrôle d'intégrité et de cohérence à base de modèles : approche garantie
- 4 Conclusion et perspectives

Estimation d'état par prédiction/correction

Prédiction

Connaissant $[\mathbf{x}_k]$, calculer $[\mathbf{x}_{k+1}]^+$, tel que $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})$

⇒ Intégration numérique garantie de l'EDO

Outils : Analyse par intervalles, extension des modèles de Taylor aux intervalles

Correction

Déterminer : $[\mathbf{x}_{k+1}] = [\mathbf{x}_{k+1}]^* \cap [\mathbf{x}_{k+1}]^+$

avec $[\mathbf{x}_{k+1}]^* = \mathbf{g}^{-1}([\mathbf{y}(t_{k+1})]) \cap \mathbb{D}$

⇒ valeurs du vecteur d'état compatibles avec le domaine des mesures à t_{k+1}

Limitations

- Conservatisme dû à l'analyse par intervalles
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

Estimation d'état par prédiction/correction

Prédiction

Connaissant $[\mathbf{x}_k]$, calculer $[\mathbf{x}_{k+1}]^+$, tel que $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})$

⇒ Intégration numérique garantie de l'EDO

Outils : Analyse par intervalles, extension des modèles de Taylor aux intervalles

Correction

Déterminer : $[\mathbf{x}_{k+1}] = [\mathbf{x}_{k+1}]^* \cap [\mathbf{x}_{k+1}]^+$

avec $[\mathbf{x}_{k+1}]^* = \mathbf{g}^{-1}([\mathbf{y}(t_{k+1})]) \cap \mathbb{D}$

⇒ valeurs du vecteur d'état compatibles avec le domaine des mesures à t_{k+1}

Limitations

- Conservatisme dû à l'analyse par intervalles
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

Estimation d'état par prédiction/correction

Prédiction

Connaissant $[\mathbf{x}_k]$, calculer $[\mathbf{x}_{k+1}]^+$, tel que $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})$

⇒ Intégration numérique garantie de l'EDO

Outils : Analyse par intervalles, extension des modèles de Taylor aux intervalles

Correction

Déterminer : $[\mathbf{x}_{k+1}] = [\mathbf{x}_{k+1}]^* \cap [\mathbf{x}_{k+1}]^+$

avec $[\mathbf{x}_{k+1}]^* = \mathbf{g}^{-1}([\mathbf{y}(t_{k+1})]) \cap \mathbb{D}$

⇒ valeurs du vecteur d'état compatibles avec le domaine des mesures à t_{k+1}

Limitations

- Conservatisme dû à l'analyse par intervalles
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

Estimation d'état par prédiction/correction

Prédiction

Connaissant $[\mathbf{x}_k]$, calculer $[\mathbf{x}_{k+1}]^+$, tel que $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})$

⇒ Intégration numérique garantie de l'EDO

Outils : Analyse par intervalles, extension des modèles de Taylor aux intervalles

Correction

Déterminer : $[\mathbf{x}_{k+1}] = [\mathbf{x}_{k+1}]^* \cap [\mathbf{x}_{k+1}]^+$

avec $[\mathbf{x}_{k+1}]^* = \mathbf{g}^{-1}([\mathbf{y}(t_{k+1})]) \cap \mathbb{D}$

⇒ valeurs du vecteur d'état compatibles avec le domaine des mesures à t_{k+1}

Limitations

- Conservatisme dû à l'analyse par intervalles
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

Définition : Systèmes dynamiques monotones

$$\mathbf{x}(t_0) \prec \mathbf{x}'(t_0) \Rightarrow \mathbf{x}(t) \prec \mathbf{x}'(t), \quad \forall t > t_0$$

Définition : Systèmes coopératifs

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}), \quad \mathbf{x}(t_0) \in [\mathbf{x}_0] \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{R}^{n_x}, \quad \mathbf{u} \in \mathbb{U} \subset \mathbb{R}^{n_u}$$

$\{\mathbf{f}, [\mathbf{x}_0]\}$ est coopératif sur \mathbb{D} si :

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \geq 0, \quad \forall i \neq j, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{D}, \quad \forall \mathbf{u} \in \mathbb{U},$$
$$\frac{\partial f_i}{\partial u_j}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{D}, \quad \forall \mathbf{u} \in \mathbb{U},$$

Propriété [Smith, 1995]

Si un système dynamique est coopératif alors il est monotone.

Définition : Systèmes dynamiques monotones

$$\mathbf{x}(t_0) \prec \mathbf{x}'(t_0) \Rightarrow \mathbf{x}(t) \prec \mathbf{x}'(t), \quad \forall t > t_0$$

Définition : Systèmes coopératifs

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}), \quad \mathbf{x}(t_0) \in [\mathbf{x}_0] \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{R}^{n_x}, \quad \mathbf{u} \in \mathbb{U} \subset \mathbb{R}^{n_u}$$

$\{\mathbf{f}, [\mathbf{x}_0]\}$ est coopératif sur \mathbb{D} si :

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \geq 0, \quad \forall i \neq j, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{D}, \quad \forall \mathbf{u} \in \mathbb{U},$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial u_j}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{D}, \quad \forall \mathbf{u} \in \mathbb{U},$$

Propriété [Smith, 1995]

Si un système dynamique est coopératif alors il est monotone.

Définition : Systèmes dynamiques monotones

$$\mathbf{x}(t_0) \prec \mathbf{x}'(t_0) \Rightarrow \mathbf{x}(t) \prec \mathbf{x}'(t), \quad \forall t > t_0$$

Définition : Systèmes coopératifs

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}), \quad \mathbf{x}(t_0) \in [\mathbf{x}_0] \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{R}^{n_x}, \quad \mathbf{u} \in \mathbb{U} \subset \mathbb{R}^{n_u}$$

$\{\mathbf{f}, [\mathbf{x}_0]\}$ est coopératif sur \mathbb{D} si :

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \geq 0, \quad \forall i \neq j, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{D}, \quad \forall \mathbf{u} \in \mathbb{U},$$
$$\frac{\partial f_i}{\partial u_j}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{D}, \quad \forall \mathbf{u} \in \mathbb{U},$$

Propriété [Smith, 1995]

Si un système dynamique est coopératif alors il est monotone.

Estimation d'état pour les systèmes monotones

Systèmes monotones bornants

Pour $\mathbf{u}(t) \in [\underline{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)]$, $\mathbf{p} \in [\underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}]$, $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$, $\mathbf{x}_0 \in [\underline{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{x}}_0]$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \underline{\mathbf{x}}(0) &= \underline{\mathbf{x}}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \bar{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \bar{\mathbf{x}}(0) &= \bar{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

Si : $\underline{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \leq \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t) \leq \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t)$

alors : $\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \bar{\mathbf{x}}(t), \forall t \geq 0$

Avantages

- Pas de conservatisme dû à l'analyse par intervalles

Limitations

- Seul les systèmes monotones sont considérés
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

Estimation d'état pour les systèmes monotones

Systèmes monotones bornants

Pour $\mathbf{u}(t) \in [\underline{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)]$, $\mathbf{p} \in [\underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}]$, $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$, $\mathbf{x}_0 \in [\underline{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{x}}_0]$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \underline{\mathbf{x}}(0) &= \underline{\mathbf{x}}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \bar{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \bar{\mathbf{x}}(0) &= \bar{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

Si :

$$\underline{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \leq \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t) \leq \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t)$$

alors :

$$\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \bar{\mathbf{x}}(t), \forall t \geq 0$$

Avantages

- Pas de conservatisme dû à l'analyse par intervalles

Limitations

- Seul les systèmes monotones sont considérés
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

Estimation d'état pour les systèmes monotones

Systèmes monotones bornants

Pour $\mathbf{u}(t) \in [\underline{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)]$, $\mathbf{p} \in [\underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}]$, $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$, $\mathbf{x}_0 \in [\underline{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{x}}_0]$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \underline{\mathbf{x}}(0) &= \underline{\mathbf{x}}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \bar{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \bar{\mathbf{x}}(0) &= \bar{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

Si :

$$\underline{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \leq \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t) \leq \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t)$$

alors :

$$\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \bar{\mathbf{x}}(t), \forall t \geq 0$$

Avantages

- Pas de conservatisme dû à l'analyse par intervalles

Limitations

- Seul les systèmes monotones sont considérés
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

Estimation d'état pour les systèmes monotones

Systèmes monotones bornants

Pour $\mathbf{u}(t) \in [\underline{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)]$, $\mathbf{p} \in [\underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}]$, $\mathbf{x} \in [\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}]$, $\mathbf{x}_0 \in [\underline{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{x}}_0]$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \underline{\mathbf{x}}(0) &= \underline{\mathbf{x}}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \bar{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \bar{\mathbf{x}}(0) &= \bar{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

Si :

$$\underline{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \leq \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t) \leq \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t)$$

alors :

$$\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \bar{\mathbf{x}}(t), \forall t \geq 0$$

Avantages

- Pas de conservatisme dû à l'analyse par intervalles

Limitations

- Seul les systèmes monotones sont considérés
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

Estimation d'état pour les systèmes monotones

Systèmes monotones bornants

Pour $\mathbf{u}(t) \in [\underline{\mathbf{u}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)]$, $\mathbf{p} \in [\underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}]$, $\mathbf{x} \in [\underline{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}]$, $\mathbf{x}_0 \in [\underline{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{x}}_0]$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \underline{\mathbf{x}}(0) &= \underline{\mathbf{x}}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \bar{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \\ \bar{\mathbf{x}}(0) &= \bar{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

Si :

$$\underline{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \underline{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t) \leq \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t) \leq \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t), \bar{\mathbf{u}}(t), \underline{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{p}}, t)$$

alors :

$$\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \bar{\mathbf{x}}(t), \forall t \geq 0$$

Avantages

- Pas de conservatisme dû à l'analyse par intervalles

Limitations

- Seul les systèmes monotones sont considérés
- Pas de paramètres de réglage externes agissant sur la convergence de l'estimateur ainsi que sur le pessimisme de l'encadrement

- 1 Problématique et motivations
- 2 Estimation d'état ensembliste : systèmes non linéaires à temps continu
 - Approches existantes
 - Approche proposée : estimateur monotone par retour de sortie
 - Exemple : système trois cuves
- 3 Contrôle d'intégrité et de cohérence à base de modèles : approche garantie
- 4 Conclusion et perspectives

Estimation intervalle par retour de sortie

[Rapaport and Gouzé, 1999]

Système linéaire à une injection de sortie près

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \varphi(\mathbf{y}(t), t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}, \underline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) \leq \varphi(\mathbf{y}(t), t) \leq \overline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t)$$

Observateurs certains majorant et minorant

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\underline{\mathbf{x}}(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\overline{\mathbf{x}}(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\underline{\mathbf{x}}(t) \\ \overline{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\overline{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

Estimation intervalle par retour de sortie

[Rapaport and Gouzé, 1999]

Système linéaire à une injection de sortie près

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \varphi(\mathbf{y}(t), t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}, \underline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) \leq \varphi(\mathbf{y}(t), t) \leq \overline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t)$$

Observateurs certains majorant et minorant

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\underline{\mathbf{x}}(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\overline{\mathbf{x}}(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\underline{\mathbf{x}}(t) \\ \overline{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\overline{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

Estimation intervalle par retour de sortie

Étude du comportement des erreurs : $\underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ et $\bar{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\mathbf{e}}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\underline{\mathbf{e}}(t) + \underline{\mathbf{b}}(t) & \underline{\mathbf{b}} &= \underline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) - \varphi(\mathbf{y}(t), t) \leq 0 \\ \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\mathbf{b}}(t) & \bar{\mathbf{b}} &= \bar{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) - \varphi(\mathbf{y}(t), t) \geq 0\end{aligned}$$

Garantie $\Leftrightarrow \{\underline{\mathbf{e}}(t) \leq 0 \text{ et } \bar{\mathbf{e}}(t) \geq 0, \forall t\}$

Théorème [Rapaport and Gouzé, 1999]

- $\exists \mathbf{L} \mid (\mathbf{A} - \mathbf{LC})$ soit coopérative, inversible et stable
- $w([\underline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t), \bar{\varphi}(\mathbf{y}(t), t)])$ est bornée

alors :

- $\mathbf{x}(0) \in [\underline{\mathbf{x}}(0), \bar{\mathbf{x}}(0)] \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in [\underline{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{x}}(t)], t > 0$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{\mathbf{e}}(t) - \underline{\mathbf{e}}(t)) = -(\mathbf{A} - \mathbf{LC})^{-1} \mathcal{B}$
où $w([\underline{\varphi}_i(t), \bar{\varphi}_i(t)]) \leq \mathcal{B}_i$

Estimation intervalle par retour de sortie

Étude du comportement des erreurs : $\underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ et $\bar{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\mathbf{e}}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\underline{\mathbf{e}}(t) + \underline{\mathbf{b}}(t) & \underline{\mathbf{b}} &= \underline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) - \varphi(\mathbf{y}(t), t) \leq 0 \\ \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\mathbf{b}}(t) & \bar{\mathbf{b}} &= \bar{\varphi}(\mathbf{y}(t), t) - \varphi(\mathbf{y}(t), t) \geq 0\end{aligned}$$

Garantie $\Leftrightarrow \{\underline{\mathbf{e}}(t) \leq 0 \text{ et } \bar{\mathbf{e}}(t) \geq 0, \forall t\}$

Théorème [Rapaport and Gouzé, 1999]

- $\exists \mathbf{L} \mid (\mathbf{A} - \mathbf{LC})$ soit coopérative, inversible et stable
- $w([\underline{\varphi}(\mathbf{y}(t), t), \bar{\varphi}(\mathbf{y}(t), t)])$ est bornée

alors :

- $\mathbf{x}(0) \in [\underline{\mathbf{x}}(0), \bar{\mathbf{x}}(0)] \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in [\underline{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{x}}(t)], t > 0$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{\mathbf{e}}(t) - \underline{\mathbf{e}}(t)) = -(\mathbf{A} - \mathbf{LC})^{-1} \mathcal{B}$
où $w([\underline{\varphi}_i(t), \bar{\varphi}_i(t)]) \leq \mathcal{B}_i$

Estimation intervalle par retour de sortie

Système non linéaire

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{x}(t_0) &\in [\mathbf{x}_0] \end{cases}$$

\mathbf{f}, \mathbf{g} : lipschitziennes

Observateur monotone

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) - \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) \end{cases}$$

Il est souvent difficile, voire impossible, de calculer un gain \mathbf{L} tel que l'observateur soit monotone

Estimation intervalle par retour de sortie

Système non linéaire

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{x}(t_0) &\in [\mathbf{x}_0] \end{cases}$$

\mathbf{f}, \mathbf{g} : lipschitziennes

Observateur monotone

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) - \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) \end{cases}$$

Il est souvent difficile, voire impossible, de calculer un gain \mathbf{L} tel que l'observateur soit monotone

Estimation intervalle par retour de sortie

Système non linéaire

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{x}(t_0) &\in [\mathbf{x}_0] \end{cases}$$

\mathbf{f}, \mathbf{g} : lipschitziennes

Observateur monotone

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) - \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) \end{cases}$$

Il est souvent difficile, voire impossible, de calculer un gain \mathbf{L} tel que l'observateur soit monotone

Solution proposée

- Encadrer la trajectoire d'état du modèle non linéaire par des trajectoires de systèmes bornants linéaires

Procédure

- 1 Approximer le modèle non linéaire par un modèle qLPV "garanti"
- 2 Construire un observateur intervalle à retour de sortie

Solution proposée

- Encadrer la trajectoire d'état du modèle non linéaire par des trajectoires de systèmes bornants linéaires

Procédure

- 1 Approximer le modèle non linéaire par un modèle qLPV "garanti"
- 2 Construire un observateur intervalle à retour de sortie

Solution proposée

- Encadrer la trajectoire d'état du modèle non linéaire par des trajectoires de systèmes bornants linéaires

Procédure

- 1 Approximer le modèle non linéaire par un modèle qLPV "garanti"
- 2 Construire un observateur intervalle à retour de sortie

Modèle qLPV

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t))\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t))\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

où $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t) : \mathbb{D} \times [0, t_N] \rightarrow \mathbb{P}$, avec $\mathbb{D} \in \mathbb{R}^{n_x}$ et $\mathbb{P} \in \mathbb{R}^{n_p}$

Fonction d'inclusion moyenne

Soit : $\mathbf{h} : [\mathbf{x}] \subset \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$ une fonction lipschitzienne

$[\mathbf{x}]$ est un domaine d'évolution de \mathbf{x} connu *a priori*

\Rightarrow fonction d'inclusion moyenne de \mathbf{h} :

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \in \mathbf{h}(\mathbf{x}_c) + [\mathbf{J}_{\mathbf{h}_x}]([\mathbf{x}])(\mathbf{x} - \mathbf{x}_c).$$

$[\mathbf{J}_{\mathbf{h}_x}]$ est la fonction d'inclusion de la jacobienne de \mathbf{h} et \mathbf{x}_c est le milieu de $[\mathbf{x}]$

Modèle qLPV

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t))\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t))\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

où $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}(t), t) : \mathbb{D} \times [0, t_N] \rightarrow \mathbb{P}$, avec $\mathbb{D} \in \mathbb{R}^{n_x}$ et $\mathbb{P} \in \mathbb{R}^{n_p}$

Fonction d'inclusion moyenne

Soit : $\mathbf{h} : [\mathbf{x}] \subset \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$ une fonction lipschitzienne

$[\mathbf{x}]$ est un domaine d'évolution de \mathbf{x} connu *a priori*

\Rightarrow fonction d'inclusion moyenne de \mathbf{h} :

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \in \mathbf{h}(\mathbf{x}_c) + [\mathbf{J}_{\mathbf{h}_x}]([\mathbf{x}])(\mathbf{x} - \mathbf{x}_c).$$

$[\mathbf{J}_{\mathbf{h}_x}]$ est la fonction d'inclusion de la jacobienne de \mathbf{h} et \mathbf{x}_c est le milieu de $[\mathbf{x}]$

Approximation qLPV "garantie"

Systèmes non linéaires

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

- Fonction d'inclusion moyenne

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}(t)) \in \mathbf{f}(\mathbf{x}_c, \mathbf{u}_c) + [\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{x}}](\mathbf{x}, \mathbf{u})(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_c) + [\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{u}}](\mathbf{x}, \mathbf{u})(\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_c)$$

- Jacobiennes $\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}(t))}{\partial \mathbf{x}(t)}$ et $\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}(t))}{\partial \mathbf{u}(t)}$

- Changements de variables $\boldsymbol{\chi}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_c$ et $\boldsymbol{\mu}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_c$

Linéarisation garantie

On pose $\mathbf{A} \in [\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{x}}]$, $\mathbf{B} \in [\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{u}}]$ et $\boldsymbol{\rho} \in [\mathbf{x}] \times [\mathbf{u}]$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\chi}}(t) &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\boldsymbol{\chi}(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\boldsymbol{\mu}(t), \\ \forall \mathbf{x}(t) &\in [\mathbf{x}], \forall \mathbf{u}(t) \in [\mathbf{u}], \end{aligned}$$

Approximation qLPV "garantie"

Systèmes non linéaires

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

- Fonction d'inclusion moyenne

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}(t)) \in \mathbf{f}(\mathbf{x}_c, \mathbf{u}_c) + [\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{x}}](\mathbf{x}, [\mathbf{u}])(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_c) + [\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{u}}](\mathbf{x}, [\mathbf{u}])(\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_c)$$

- Jacobiennes $\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}(t))}{\partial \mathbf{x}(t)}$ et $\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}(t))}{\partial \mathbf{u}(t)}$

- Changements de variables $\boldsymbol{\chi}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_c$ et $\boldsymbol{\mu}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_c$

Linéarisation garantie

On pose $\mathbf{A} \in [\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{x}}]$, $\mathbf{B} \in [\mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{u}}]$ et $\boldsymbol{\rho} \in [\mathbf{x}] \times [\mathbf{u}]$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\chi}}(t) &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\boldsymbol{\chi}(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\boldsymbol{\mu}(t), \\ \forall \mathbf{x}(t) &\in [\mathbf{x}], \forall \mathbf{u}(t) \in [\mathbf{u}], \end{aligned}$$

Approximation qLPV "garantie"

Approximation qLPV "garantie"

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

où : $\boldsymbol{\rho}(t) \in [\boldsymbol{\rho}] \subset \mathbb{R}^{n_\rho}$ et $\boldsymbol{\rho}(t) = (\mathbf{x}^T(t), \mathbf{u}^T(t))^T$

$\Rightarrow \{\text{trajectoire du modèle non linéaire}\} \in \left\{ \begin{array}{l} \text{ensemble des trajectoires} \\ \text{admissibles du modèle qLPV} \end{array} \right\}$

\Rightarrow Déterminer les trajectoires majorante et minorante de l'ensemble des trajectoires admissibles

Approximation qLPV "garantie"

Approximation qLPV "garantie"

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

où : $\boldsymbol{\rho}(t) \in [\boldsymbol{\rho}] \subset \mathbb{R}^{n_\rho}$ et $\boldsymbol{\rho}(t) = (\mathbf{x}^T(t), \mathbf{u}^T(t))^T$

$\Rightarrow \{\text{trajectoire du modèle non linéaire}\} \in \left\{ \begin{array}{l} \text{ensemble des trajectoires} \\ \text{admissibles du modèle qLPV} \end{array} \right\}$

\Rightarrow Déterminer les trajectoires majorante et minorante de l'ensemble des trajectoires admissibles

Approximation qLPV "garantie"

Approximation qLPV "garantie"

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

où : $\boldsymbol{\rho}(t) \in [\boldsymbol{\rho}] \subset \mathbb{R}^{n_\rho}$ et $\boldsymbol{\rho}(t) = (\mathbf{x}^T(t), \mathbf{u}^T(t))^T$

$\Rightarrow \{\text{trajectoire du modèle non linéaire}\} \in \left\{ \begin{array}{l} \text{ensemble des trajectoires} \\ \text{admissibles du modèle qLPV} \end{array} \right\}$

\Rightarrow **Déterminer les trajectoires majorante et minorante de l'ensemble des trajectoires admissibles**

Estimation intervalle par retour de sortie :

modèles non linéaires [Videau et al., 2009a]

Structure de l'estimateur

$$\underline{\mathcal{O}}: \begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \underline{\mathbf{A}}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \underline{\mathbf{y}}(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}(t) &= \underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\mathbf{D}}\mathbf{u}(t) \\ \underline{\mathbf{x}}(t_0) &= \underline{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

$$\overline{\mathcal{O}}: \begin{cases} \dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) &= \overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \overline{\mathbf{y}}(t)) \\ \overline{\mathbf{y}}(t) &= \overline{\mathbf{C}}\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{D}}\mathbf{u}(t) \\ \overline{\mathbf{x}}(t_0) &= \overline{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

avec $[\underline{\mathbf{y}}(t), \overline{\mathbf{y}}(t)] = [\mathbf{y}^m(t) + \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{y}^m(t) + \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}]$

Garantie

$$\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \overline{\mathbf{x}}(t), \quad \forall t \geq 0, \quad \forall \mathbf{x}(t) \in [\mathbf{x}]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\mathbf{e}}(t) = \underline{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t) \leq 0 & \text{pour } \underline{\mathcal{O}} \\ \overline{\mathbf{e}}(t) = \overline{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t) \geq 0 & \text{pour } \overline{\mathcal{O}} \end{cases}$$

Estimation intervalle par retour de sortie :

modèles non linéaires [Videau et al., 2009a]

Structure de l'estimateur

$$\underline{\mathcal{O}}: \begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \underline{\mathbf{A}}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \underline{\mathbf{y}}(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}(t) &= \underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\mathbf{D}}\mathbf{u}(t) \\ \underline{\mathbf{x}}(t_0) &= \underline{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

$$\overline{\mathcal{O}}: \begin{cases} \dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) &= \overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \overline{\mathbf{y}}(t)) \\ \overline{\mathbf{y}}(t) &= \overline{\mathbf{C}}\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{D}}\mathbf{u}(t) \\ \overline{\mathbf{x}}(t_0) &= \overline{\mathbf{x}}_0 \end{cases}$$

avec $[\underline{\mathbf{y}}(t), \overline{\mathbf{y}}(t)] = [\mathbf{y}^m(t) + \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{y}^m(t) + \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}]$

Garantie

$$\underline{\mathbf{x}}(t) \leq \mathbf{x}(t) \leq \overline{\mathbf{x}}(t), \quad \forall t \geq 0, \quad \forall \mathbf{x}(t) \in [\mathbf{x}]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\mathbf{e}}(t) = \underline{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t) \leq 0 & \text{pour } \underline{\mathcal{O}} \\ \overline{\mathbf{e}}(t) = \overline{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t) \geq 0 & \text{pour } \overline{\mathcal{O}} \end{cases}$$

Garantie de l'estimation intervalle

Étude de la dynamique de l'erreur supérieure ($\bar{\mathbf{e}}(t) = \bar{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$)

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) \\ &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{x}}(t) + (\bar{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{D}})\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}^m(t) + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t)\end{aligned}$$

On pose : $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}(t)) + \Delta_{\bar{\mathbf{M}}}(t)$ avec : $\mathbf{M} \in \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$
 \mathbf{f}, \mathbf{g} lipschitziennes $\Rightarrow 0 \leq (\Delta_{\bar{\mathbf{M}}}(t))_{ij} \leq (w([\mathbf{M}])_{ij})$

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t),$$

$$\text{avec : } \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) = (\Delta_{\bar{\mathbf{A}}}(t) - \mathbf{L}\Delta_{\bar{\mathbf{C}}}(t))\mathbf{x}(t) + (\Delta_{\bar{\mathbf{B}}}(t) - \mathbf{L}\Delta_{\bar{\mathbf{D}}}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

\Rightarrow Modèle linéaire

Garantie de l'estimation intervalle

Étude de la dynamique de l'erreur supérieure ($\bar{\mathbf{e}}(t) = \bar{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$)

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) \\ &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{x}}(t) + (\bar{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{D}})\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}^m(t) + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t)\end{aligned}$$

On pose : $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}(t)) + \Delta_{\bar{\mathbf{M}}}(t)$ avec : $\mathbf{M} \in \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$
 \mathbf{f}, \mathbf{g} lipschitziennes $\Rightarrow 0 \leq (\Delta_{\bar{\mathbf{M}}}(t))_{ij} \leq (w([\mathbf{M}]_{ij}))$

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t),$$

$$\text{avec : } \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) = (\Delta_{\bar{\mathbf{A}}}(t) - \mathbf{L}\Delta_{\bar{\mathbf{C}}}(t))\mathbf{x}(t) + (\Delta_{\bar{\mathbf{B}}}(t) - \mathbf{L}\Delta_{\bar{\mathbf{D}}}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

\Rightarrow Modèle linéaire

Garantie de l'estimation intervalle

Étude de la dynamique de l'erreur supérieure ($\bar{\mathbf{e}}(t) = \bar{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$)

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) \\ &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{x}}(t) + (\bar{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{D}})\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}^m(t) + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t)\end{aligned}$$

On pose : $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}(t)) + \Delta_{\bar{\mathbf{M}}}(t)$ avec : $\mathbf{M} \in \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$
 \mathbf{f}, \mathbf{g} lipschitziennes $\Rightarrow 0 \leq (\Delta_{\bar{\mathbf{M}}}(t))_{ij} \leq (w([\mathbf{M}]_{ij}))$

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t),$$

$$\text{avec : } \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) = (\Delta_{\bar{\mathbf{A}}}(t) - \mathbf{L}\Delta_{\bar{\mathbf{C}}}(t))\mathbf{x}(t) + (\Delta_{\bar{\mathbf{B}}}(t) - \mathbf{L}\Delta_{\bar{\mathbf{D}}}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

\Rightarrow Modèle linéaire

Garantie de l'estimation intervalle

Étude de la dynamique de l'erreur supérieure ($\bar{\mathbf{e}}(t) = \bar{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$)

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) \\ &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{x}}(t) + (\bar{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{D}})\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}^m(t) + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}(t))\mathbf{u}(t)\end{aligned}$$

On pose : $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}(t)) + \Delta_{\bar{\mathbf{M}}}(t)$ avec : $\mathbf{M} \in \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$
 \mathbf{f}, \mathbf{g} lipschitziennes $\Rightarrow 0 \leq (\Delta_{\bar{\mathbf{M}}}(t))_{ij} \leq (w([\mathbf{M}]_{ij}))$

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t),$$

$$\text{avec : } \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) = (\Delta_{\bar{\mathbf{A}}}(t) - \mathbf{L}\Delta_{\bar{\mathbf{C}}}(t))\mathbf{x}(t) + (\Delta_{\bar{\mathbf{B}}}(t) - \mathbf{L}\Delta_{\bar{\mathbf{D}}}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

\Rightarrow **Modèle linéaire**

Garantie de l'estimation intervalle

Erreur supérieure positive

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t)$$

- $(\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})$ coopérative
- $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t)$ positif

$$\bar{\mathbf{e}}(0) \geq 0 \Rightarrow \bar{\mathbf{e}}(t) \geq 0$$

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

- Erreur supérieure positive

$$\mathbf{L}_1 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \geq 0\}.$$

- Erreur inférieure négative

$$\mathbf{L}_2 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\underline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \leq 0\}.$$

Garantie de l'estimation intervalle

Erreur supérieure positive

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t)$$

- $(\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})$ coopérative
- $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t)$ positif

$$\bar{\mathbf{e}}(0) \geq 0 \Rightarrow \bar{\mathbf{e}}(t) \geq 0$$

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

- Erreur supérieure positive

$$\mathbf{L}_1 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \geq 0\}.$$

- Erreur inférieure négative

$$\mathbf{L}_2 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\underline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \leq 0\}.$$

Garantie de l'estimation intervalle

Erreur supérieure positive

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t)$$

- $(\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})$ coopérative
- $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t)$ positif

$$\bar{\mathbf{e}}(0) \geq 0 \Rightarrow \bar{\mathbf{e}}(t) \geq 0$$

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

- Erreur supérieure positive

$$\mathbb{L}_1 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \geq 0\}.$$

- Erreur inférieure négative

$$\mathbb{L}_2 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\underline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \leq 0\}.$$

Garantie de l'estimation intervalle

Erreur supérieure positive

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}(t) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t)$$

- $(\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})$ coopérative
- $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t)$ positif

$$\bar{\mathbf{e}}(0) \geq 0 \Rightarrow \bar{\mathbf{e}}(t) \geq 0$$

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

- Erreur supérieure positive

$$\mathbb{L}_1 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\bar{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \geq 0\}.$$

- Erreur inférieure négative

$$\mathbb{L}_2 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\underline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \leq 0\}.$$

Convergence de l'estimation intervalle

Soient $\hat{\mathbf{x}}(t)$ et $\mathbf{R}_e(t)$ le centre et le rayon de l'estimé intervalle $[\mathbf{x}(t)]$

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ \dot{\mathbf{R}}_e(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) & (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) \\ (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) & 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_e} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{R}_e(t) \end{pmatrix} + \boldsymbol{\lambda}_e(t)$$

avec

$$\mathbf{A}_e = \begin{pmatrix} 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) & (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) \\ (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) & 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) \end{pmatrix}.$$

et

$$\boldsymbol{\lambda}_e(t) = \begin{pmatrix} (\text{mid}[\mathbf{B}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{D}]) \\ (w[\mathbf{B}] - \mathbf{L}w[\mathbf{D}]) \end{pmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{pmatrix} \mathbf{L}(\text{mid}[\boldsymbol{\varepsilon}] + \mathbf{y}(t)) \\ \mathbf{L}w[\boldsymbol{\varepsilon}] \end{pmatrix}$$

Convergence de l'estimation intervalle

Soient $\hat{\mathbf{x}}(t)$ et $\mathbf{R}_e(t)$ le centre et le rayon de l'estimé intervalle $[\mathbf{x}(t)]$

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ \dot{\mathbf{R}}_e(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) & (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) \\ (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) & 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_e} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{R}_e(t) \end{pmatrix} + \boldsymbol{\lambda}_e(t)$$

avec

$$\mathbf{A}_e = \begin{pmatrix} 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) & (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) \\ (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) & 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) \end{pmatrix}.$$

et

$$\boldsymbol{\lambda}_e(t) = \begin{pmatrix} (\text{mid}[\mathbf{B}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{D}]) \\ (w[\mathbf{B}] - \mathbf{L}w[\mathbf{D}]) \end{pmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{pmatrix} \mathbf{L}(\text{mid}[\boldsymbol{\varepsilon}] + \mathbf{y}(t)) \\ \mathbf{L}w[\boldsymbol{\varepsilon}] \end{pmatrix}$$

Convergence de l'estimation intervalle

Soient $\hat{\mathbf{x}}(t)$ et $\mathbf{R}_e(t)$ le centre et le rayon de l'estimé intervalle $[\mathbf{x}(t)]$

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ \dot{\mathbf{R}}_e(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) & (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) \\ (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) & 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_e} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{R}_e(t) \end{pmatrix} + \boldsymbol{\lambda}_e(t)$$

avec

$$\mathbf{A}_e = \begin{pmatrix} 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) & (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) \\ (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) & 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) \end{pmatrix}.$$

et

$$\boldsymbol{\lambda}_e(t) = \begin{pmatrix} (\text{mid}[\mathbf{B}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{D}]) \\ (w[\mathbf{B}] - \mathbf{L}w[\mathbf{D}]) \end{pmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{pmatrix} \mathbf{L}(\text{mid}[\boldsymbol{\varepsilon}] + \mathbf{y}(t)) \\ \mathbf{L}w[\boldsymbol{\varepsilon}] \end{pmatrix}$$

Convergence de l'estimation intervalle

Propriété

Si :

- \mathbf{A}_e asymptotiquement stable et inversible
- $\lambda_e(t)$ soit borné par un vecteur positif Λ_e

Alors :

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{R}_e(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{max} \\ \mathbf{R}_{e_{max}} \end{pmatrix} \\ &= - \begin{pmatrix} 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) & (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) \\ (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) & 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) \end{pmatrix}^{-1} \Lambda_e\end{aligned}$$

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

$$\mathbb{L}_3 = \left\{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \begin{array}{l} \mathbf{A}_e \text{ stable} \\ \max_{\forall t > 0} (w(\lambda_e(t))) \leq \Lambda_e \end{array} \right\}$$

Convergence de l'estimation intervalle

Propriété

Si :

- \mathbf{A}_e asymptotiquement stable et inversible
- $\lambda_e(t)$ soit borné par un vecteur positif Λ_e

Alors :

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{R}_e(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{max} \\ \mathbf{R}_{e_{max}} \end{pmatrix} \\ &= - \begin{pmatrix} 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) & (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) \\ (w[\mathbf{A}] - \mathbf{L}w[\mathbf{C}]) & 2(\text{mid}[\mathbf{A}] - \mathbf{L}\text{mid}[\mathbf{C}]) \end{pmatrix}^{-1} \Lambda_e\end{aligned}$$

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

$$\mathbb{L}_3 = \left\{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \begin{array}{l} \mathbf{A}_e \text{ stable} \\ \max_{\forall t > 0} (w(\lambda_e(t))) \leq \Lambda_e \end{array} \right\}$$

Estimation intervalle par retour de sortie :

Garantie et convergence

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

- Garantie

$$\mathbb{L}_1 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\bar{\lambda}_{\mathbf{e}}(t))_i \geq 0\}.$$

$$\mathbb{L}_2 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\underline{\lambda}_{\mathbf{e}}(t))_i \leq 0\}.$$

- Convergence

$$\mathbb{L}_3 = \left\{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \mathbf{A}_{\mathbf{e}} \text{ stable}, \max_{\forall t > 0} (w(\lambda_{\mathbf{e}}(t))) \leq \Lambda_{\mathbf{e}} \right\}$$

$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cap \mathbb{L}_2 \cap \mathbb{L}_3$$

Estimation intervalle par retour de sortie :

Garantie et convergence

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

- Garantie

$$\mathbb{L}_1 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\overline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\overline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\overline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \geq 0\}.$$

$$\mathbb{L}_2 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\underline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \leq 0\}.$$

- Convergence

$$\mathbb{L}_3 = \left\{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \mathbf{A}_{\mathbf{e}} \text{ stable}, \max_{\forall t > 0} (w(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{e}}(t))) \leq \Lambda_{\mathbf{e}} \right\}$$

$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cap \mathbb{L}_2 \cap \mathbb{L}_3$$

Estimation intervalle par retour de sortie :

Garantie et convergence

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

- Garantie

$$\mathbb{L}_1 = \{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\overline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\overline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\overline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \geq 0 \}.$$

$$\mathbb{L}_2 = \{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\underline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \leq 0 \}.$$

- Convergence

$$\mathbb{L}_3 = \left\{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \mathbf{A}_{\mathbf{e}} \text{ stable}, \max_{\forall t > 0} (w(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{e}}(t))) \leq \Lambda_{\mathbf{e}} \right\}$$

$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cap \mathbb{L}_2 \cap \mathbb{L}_3$$

Estimation intervalle par retour de sortie :

Garantie et convergence

Ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

- Garantie

$$\mathbb{L}_1 = \{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\overline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\overline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\overline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \geq 0 \}.$$

$$\mathbb{L}_2 = \{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})_{ij, i \neq j} \geq 0, (\underline{\boldsymbol{\lambda}}_{\mathbf{e}}(t))_i \leq 0 \}.$$

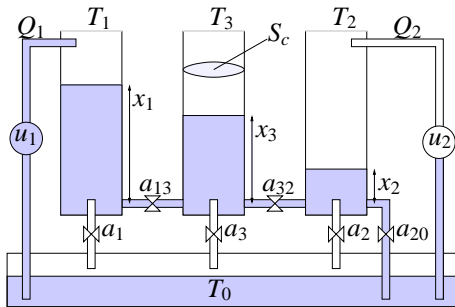
- Convergence

$$\mathbb{L}_3 = \left\{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \mathbf{A}_{\mathbf{e}} \text{ stable}, \max_{\forall t > 0} (w(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{e}}(t))) \leq \Lambda_{\mathbf{e}} \right\}$$

$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cap \mathbb{L}_2 \cap \mathbb{L}_3$$

- 1 Problématique et motivations
- 2 Estimation d'état ensembliste : systèmes non linéaires à temps continu
 - Approches existantes
 - Approche proposée : estimateur monotone par retour de sortie
 - Exemple : système trois cuves
- 3 Contrôle d'intégrité et de cohérence à base de modèles : approche garantie
- 4 Conclusion et perspectives

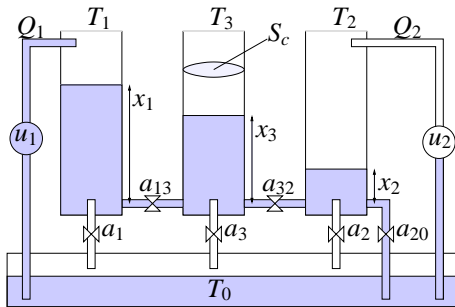
Procédé hydraulique de laboratoire



$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c} \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + \frac{1}{S_c} u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c} \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c} \sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c} u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c} \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c} \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T + (v_1(t), v_2(t), v_3(t))^T \end{cases}$$

$$x_1 > x_3 > x_2$$

Procédé hydraulique de laboratoire



$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c} \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + \frac{1}{S_c} u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c} \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c} \sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c} u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c} \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c} \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T + (v_1(t), v_2(t), v_3(t))^T \end{cases}$$

$$x_1 > x_3 > x_2$$

Approximation qLPV

$$\dot{\chi}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t))\chi(t) + \mathbf{B}u,$$
$$\forall \mathbf{x}(t) \in [\mathbf{x}],$$

$$\text{où } \chi(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_c, A(\mathbf{x}(t)) \in [\mathbf{J}_{\text{fx}}]([x]) \text{ et } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s_c} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s_c} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Évaluation de \mathbf{J}_{fx} sur un domaine connu *a priori*

$$\mathbf{x} \in \begin{pmatrix} [0.44, 0.56] \\ [0.044, 0.164] \\ [0.24, 0.364] \end{pmatrix},$$

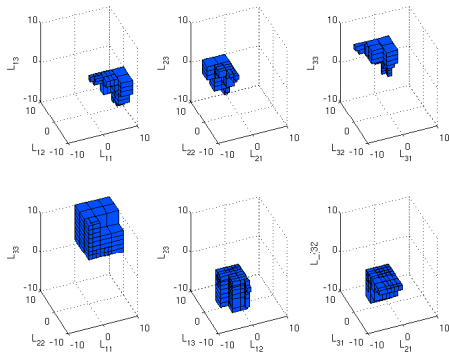
$$[\mathbf{J}_{\text{fx}}]([x]) = \begin{pmatrix} [-15.3, -7.6] & 0 & [7.6, 15.3] \\ 0 & [-44.1, -22] & [7.6, 15.3] \\ [7.6, 15.3] & [7.6, 15.3] & [-30.6, -15.2] \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Calcul de l'ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \bigcap \mathbb{L}_2 \bigcap \mathbb{L}_3, \forall \mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$$

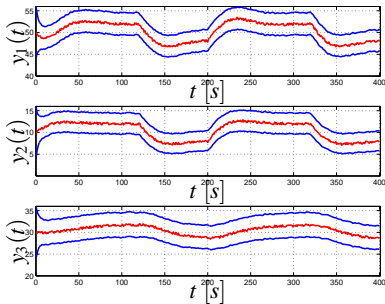
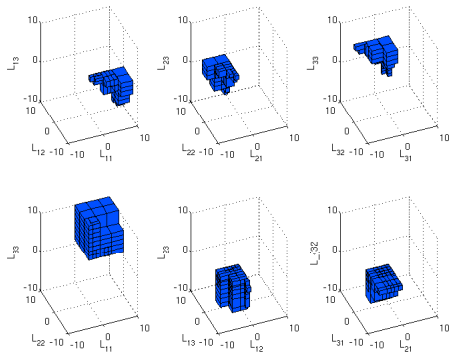
Calcul de l'ensemble des valeurs admissibles du gain L

$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cap \mathbb{L}_2 \cap \mathbb{L}_3, \forall \mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$$

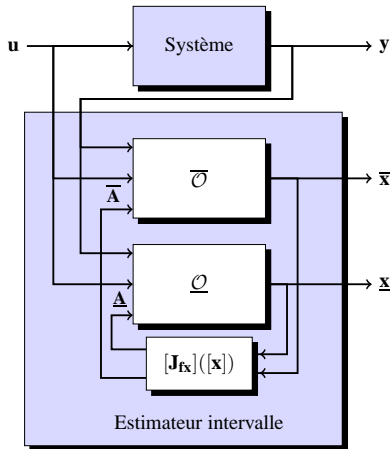


Calcul de l'ensemble des valeurs admissibles du gain L

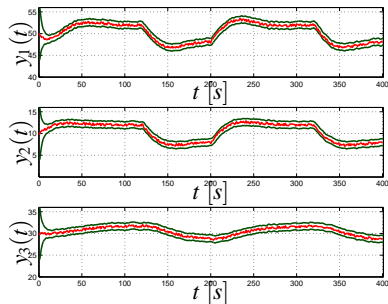
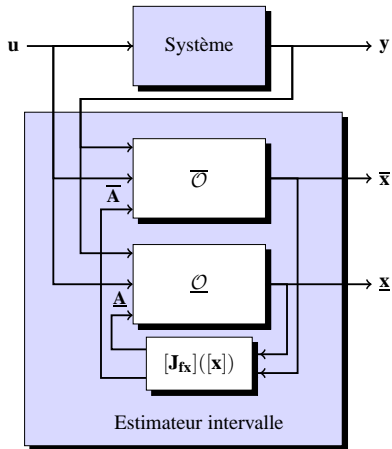
$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cap \mathbb{L}_2 \cap \mathbb{L}_3, \forall \mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$$



Observateur avec mise à jour des bornes de $A(\mathbf{x}(t))$



Observateur avec mise à jour des bornes de $\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))$



- 1 Problématique et motivations
- 2 Estimation d'état ensembliste : systèmes non linéaires à temps continu
 - Approches existantes
 - Approche proposée : estimateur monotone par retour de sortie
 - Exemple : système trois cuves
- 3 Contrôle d'intégrité et de cohérence à base de modèles : approche garantie
- 4 Conclusion et perspectives

Résidu

$$\mathbf{r}(t) = \hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t)$$

où : $\hat{\mathbf{y}}(t) \in [\underline{\mathbf{y}}(t), \bar{\mathbf{y}}(t)]$

Test de cohérence \Leftrightarrow résidu intervalle

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t_k) \notin [\underline{\mathbf{y}}(t_k), \bar{\mathbf{y}}(t_k)] &\Leftrightarrow 0 \notin [\underline{\mathbf{y}}(t), \bar{\mathbf{y}}(t)] - \mathbf{y}(t) \\ &\Leftrightarrow 0 \notin [\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)] \end{aligned}$$

\Rightarrow Évaluation de deux résidus ponctuels $\underline{\mathbf{r}}(t)$ et $\bar{\mathbf{r}}(t)$

Résidu

$$\mathbf{r}(t) = \hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t)$$

où : $\hat{\mathbf{y}}(t) \in [\underline{\mathbf{y}}(t), \bar{\mathbf{y}}(t)]$

Test de cohérence \Leftrightarrow résidu intervalle

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t_k) \notin [\underline{\mathbf{y}}(t_k), \bar{\mathbf{y}}(t_k)] &\Leftrightarrow 0 \notin [\underline{\mathbf{y}}(t), \bar{\mathbf{y}}(t)] - \mathbf{y}(t) \\ &\Leftrightarrow 0 \notin [\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)] \end{aligned}$$

\Rightarrow Évaluation de deux résidus ponctuels $\underline{\mathbf{r}}(t)$ et $\bar{\mathbf{r}}(t)$

Estimation garantie et prise en compte de défauts

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}^m(t) &= \mathbf{y}(t) + \varepsilon \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \mathbf{x}(t_0) &\in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} &\in [\mathbf{p}] \\ \varepsilon &\in [\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}] \end{cases}$$

Utilisation des estimateurs intervalles “qLPV”

$$\overline{\mathcal{O}} : \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{x}}(t) + (\bar{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{D}})\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}^m(t) + \bar{\varepsilon}) \\ \bar{\mathbf{y}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{D}}\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

$$\underline{\mathcal{O}} : \begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) = (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})\underline{\mathbf{x}}(t) + (\underline{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{D}})\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}^m(t) + \underline{\varepsilon}) \\ \underline{\mathbf{y}}(t) = \underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\mathbf{D}}\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

Approximation qLPV en présence d'un vecteur de défauts caractérisable par un vecteur additif

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\phi(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

Estimation garantie et prise en compte de défauts

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}^m(t) &= \mathbf{y}(t) + \varepsilon \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \mathbf{x}(t_0) &\in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} &\in [\mathbf{p}] \\ \varepsilon &\in [\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}] \end{cases}$$

Utilisation des estimateurs intervalles “qLPV”

$$\overline{\mathcal{O}} : \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{x}}(t) + (\bar{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{D}})\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}^m(t) + \bar{\varepsilon}) \\ \bar{\mathbf{y}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{D}}\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

$$\underline{\mathcal{O}} : \begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) = (\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})\underline{\mathbf{x}}(t) + (\underline{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{D}})\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}^m(t) + \underline{\varepsilon}) \\ \underline{\mathbf{y}}(t) = \underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\mathbf{D}}\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

Approximation qLPV en présence d'un vecteur de défauts caractérisable par un vecteur additif

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\phi(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

Étude de la dynamique du résidu intervalle

Dynamique de la borne supérieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^o}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^o(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) \\ \dot{\bar{\mathbf{e}}^d}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^d - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^d(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^d - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

Dynamique de la borne inférieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

Même démarche

$$[\mathbf{r}(t)] = \begin{cases} [\underline{\mathbf{r}}^o(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t)] & t < t_d \\ [\underline{\mathbf{r}}^o(t) + \underline{\mathbf{r}}^d(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t) + \bar{\mathbf{r}}^d(t)] & t \geq t_d \end{cases}$$

Étude de la dynamique du résidu intervalle

Dynamique de la borne supérieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^o}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^o(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) \end{cases}$$
$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^d}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^d - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^d(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^d - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

Dynamique de la borne inférieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

Même démarche

$$[\mathbf{r}(t)] = \begin{cases} [\underline{\mathbf{r}}^o(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t)] & t < t_d \\ [\underline{\mathbf{r}}^o(t) + \underline{\mathbf{r}}^d(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t) + \bar{\mathbf{r}}^d(t)] & t \geq t_d \end{cases}$$

Étude de la dynamique du résidu intervalle

Dynamique de la borne supérieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^o}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^o(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^d}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^d - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^d(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^d - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

Dynamique de la borne inférieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

Même démarche

$$[\mathbf{r}(t)] = \begin{cases} [\underline{\mathbf{r}}^o(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t)] & t < t_d \\ [\underline{\mathbf{r}}^o(t) + \underline{\mathbf{r}}^d(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t) + \bar{\mathbf{r}}^d(t)] & t \geq t_d \end{cases}$$

Étude de la dynamique du résidu intervalle

Dynamique de la borne supérieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^o}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^o(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) \end{cases}$$
$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^d}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^d - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^d(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^d - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

Dynamique de la borne inférieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

Même démarche

$$[\mathbf{r}(t)] = \begin{cases} [\underline{\mathbf{r}}^o(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t)] & t < t_d \\ [\underline{\mathbf{r}}^o(t) + \underline{\mathbf{r}}^d(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t) + \bar{\mathbf{r}}^d(t)] & t \geq t_d \end{cases}$$

Étude de la dynamique du résidu intervalle

Dynamique de la borne supérieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^o}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_e(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^o(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^o + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_r(t) \end{cases}$$
$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{e}}^d}(t) &= (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})\bar{\mathbf{e}}^d - (\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})\phi(t) \\ \bar{\mathbf{r}}^d(t) &= \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{e}}^d - \mathbf{H}\phi(t) \end{cases}$$

Dynamique de la borne inférieure de $[\underline{\mathbf{r}}(t), \bar{\mathbf{r}}(t)]$

Même démarche

$$[\mathbf{r}(t)] = \begin{cases} [\underline{\mathbf{r}}^o(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t)] & t < t_d \\ [\underline{\mathbf{r}}^o(t) + \underline{\mathbf{r}}^d(t), \bar{\mathbf{r}}^o(t) + \bar{\mathbf{r}}^d(t)] & t \geq t_d \end{cases}$$

Tests de cohérence pour des systèmes non linéaires

Soit : $\phi(t) = (0, \dots, 0, \varphi_j(t), 0, \dots, 0)^T$

Défaut $\varphi_j(t)$ détecté par $[r_i(t)]$ si :

$$0 \notin [\underline{r}_i(t), \bar{r}_i(t)] \Leftrightarrow \{ \bar{r}_i^o(t) + \bar{r}_i^d(t) \leq 0 \text{ ou } \underline{r}_i^o(t) + \underline{r}_i^d(t) \geq 0 \}$$

“Plus petit” défaut détectable [Videau et al., 2009b]

$$\bar{r}_i^o(t) + \bar{r}_i^d(t) = 0 \quad \text{si : } \bar{\varphi}_{ij} = (\bar{C}_i(\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})_j - H_{ij})^{-1} \bar{r}_i^o$$

$$\underline{r}_i^o(t) + \underline{r}_i^d(t) = 0 \quad \text{si : } \underline{\varphi}_{ij} = (\underline{C}_i(\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})_j - H_{ij})^{-1} \underline{r}_i^o$$

$$\Rightarrow \varphi_{ij_{min}} = \max(|\underline{\varphi}_{ij}|, |\bar{\varphi}_{ij}|)$$

$$\mathbb{L}_4 = \{ \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \max(|\underline{\varphi}_{ij}(\mathbf{L})|, |\bar{\varphi}_{ij}(\mathbf{L})|) \leq \varphi_{ij_{min}} \}$$

Tests de cohérence pour des systèmes non linéaires

Soit : $\phi(t) = (0, \dots, 0, \varphi_j(t), 0, \dots, 0)^T$

Défaut $\varphi_j(t)$ détecté par $[r_i(t)]$ si :

$$0 \notin [\underline{r}_i(t), \bar{r}_i(t)] \Leftrightarrow \{\bar{r}_i^o(t) + \bar{r}_i^d(t) \leq 0 \text{ ou } \underline{r}_i^o(t) + \underline{r}_i^d(t) \geq 0\}$$

“Plus petit” défaut détectable [Videau et al., 2009b]

$$\begin{aligned} \bar{r}_i^o(t) + \bar{r}_i^d(t) = 0 \quad \text{si : } \bar{\varphi}_{ij} &= (\bar{C}_i(\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}})^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})_j - H_{ij})^{-1} \bar{r}_i^o \\ \underline{r}_i^o(t) + \underline{r}_i^d(t) = 0 \quad \text{si : } \underline{\varphi}_{ij} &= (\underline{C}_i(\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\underline{\mathbf{C}})^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{L}\mathbf{H})_j - H_{ij})^{-1} \underline{r}_i^o \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \varphi_{ij_{min}} = \max(|\underline{\varphi}_{ij}|, |\bar{\varphi}_{ij}|)$$

$$\mathbb{L}_4 = \{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \max(|\underline{\varphi}_{ij}(\mathbf{L})|, |\bar{\varphi}_{ij}(\mathbf{L})|) \leq \varphi_{ij_{min}}\}$$

Exemple de simulation

Approximation qLPV du modèle 3 cuves en présence d'un défaut additif sur la cuve 1, à partir de $t = 500s$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + (\varphi_1(t), 0, 0)^T \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Calcul de l'ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

Soit

$$\varphi_1 \geq \max(|\underline{\varphi}_{i1}|, |\overline{\varphi}_{i1}|) \Rightarrow 0 \notin [r_i(t)],$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_{i1} &= (C_i(\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}F_1)^{-1} \underline{r}_i^o, \\ \overline{\varphi}_{i1} &= (C_i(\overline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}F_1)^{-1} \overline{r}_i^o, \end{aligned}$$

$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \bigcap \mathbb{L}_2 \bigcap \mathbb{L}_3 \bigcap \mathbb{L}_4, \quad \forall \mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$$

Exemple de simulation

Approximation qLPV du modèle 3 cuves en présence d'un défaut additif sur la cuve 1, à partir de $t = 500s$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + (\varphi_1(t), 0, 0)^T \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Calcul de l'ensemble des valeurs admissibles du gain \mathbf{L}

Soit

$$\varphi_1 \geq \max(|\underline{\varphi}_{i1}|, |\overline{\varphi}_{i1}|) \Rightarrow 0 \notin [r_i(t)],$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_{i1} &= (C_i(\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}F_1)^{-1} \underline{r}_i^o, \\ \overline{\varphi}_{i1} &= (C_i(\overline{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}F_1)^{-1} \overline{r}_i^o, \end{aligned}$$

$$\mathbf{L} \in \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \bigcap \mathbb{L}_2 \bigcap \mathbb{L}_3 \bigcap \mathbb{L}_4, \quad \forall \mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$$

Exemple de simulation

Pire cas : pour $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$

$\varphi_{11min} = 0.187 \Leftrightarrow$ ouverture de la vanne " a_1 " de 18.7%

Fuite de 3% sur la vanne " a_1 "

Fuite de 10% sur la vanne " a_1 "

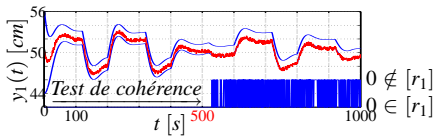
Fuite de 5% sur la vanne " a_1 "

Fuite de 15% sur la vanne " a_1 "

Exemple de simulation

Pire cas : pour $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$

$\varphi_{11min} = 0.187 \Leftrightarrow$ ouverture de la vanne " a_1 " de 18.7%



Fuite de 3% sur la vanne " a_1 "

Fuite de 10% sur la vanne " a_1 "

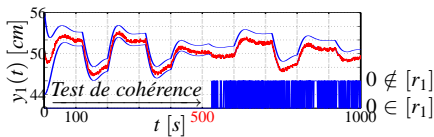
Fuite de 5% sur la vanne " a_1 "

Fuite de 15% sur la vanne " a_1 "

Exemple de simulation

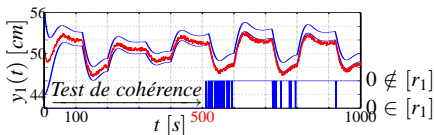
Pire cas : pour $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$

$\varphi_{11min} = 0.187 \Leftrightarrow$ ouverture de la vanne " a_1 " de 18.7%



Fuite de 3% sur la vanne " a_1 "

Fuite de 10% sur la vanne " a_1 "



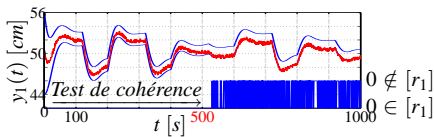
Fuite de 5% sur la vanne " a_1 "

Fuite de 15% sur la vanne " a_1 "

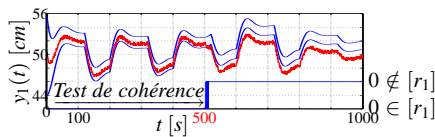
Exemple de simulation

Pire cas : pour $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$

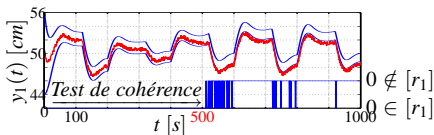
$\varphi_{11min} = 0.187 \Leftrightarrow$ ouverture de la vanne " a_1 " de 18.7%



Fuite de 3% sur la vanne " a_1 "



Fuite de 10% sur la vanne " a_1 "



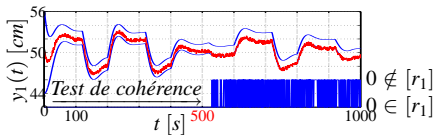
Fuite de 5% sur la vanne " a_1 "

Fuite de 15% sur la vanne " a_1 "

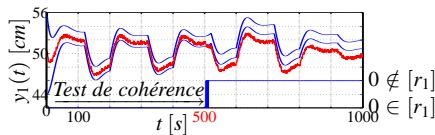
Exemple de simulation

Pire cas : pour $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}]$

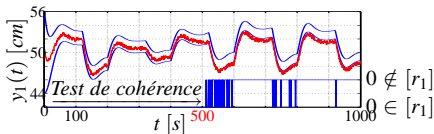
$\varphi_{11min} = 0.187 \Leftrightarrow$ ouverture de la vanne " a_1 " de 18.7%



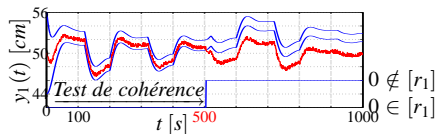
Fuite de 3% sur la vanne " a_1 "



Fuite de 10% sur la vanne " a_1 "



Fuite de 5% sur la vanne " a_1 "



Fuite de 15% sur la vanne " a_1 "

- 1 Problématique et motivations
- 2 Estimation d'état ensembliste : systèmes non linéaires à temps continu
 - Approches existantes
 - Approche proposée : estimateur monotone par retour de sortie
 - Exemple : système trois cuves
- 3 Contrôle d'intégrité et de cohérence à base de modèles : approche garantie
- 4 Conclusion et perspectives

Conclusion

Estimation d'état pour des systèmes représentés par des modèles non linéaires à temps continu

- Développement d'une méthode de synthèse d'observateur fournissant des bornes minorante et majorante de l'état
 - ⇒ Approximation qLPV : construction de systèmes bornants linéaires et certains
 - ⇒ Caractérisation de l'ensemble des valeurs admissibles du gain (estimation garantie et asymptotiquement stable)

Tests de cohérence pour des variables internes et externes

Objectifs : Minimiser le conservatisme / Assurer la garantie

- A base d'estimateurs intervalles
 - ⇒ Caractérisation du plus petit défaut dont la détection est garantie

Conclusion

Estimation d'état pour des systèmes représentés par des modèles non linéaires à temps continu

- Développement d'une méthode de synthèse d'observateur fournissant des bornes minorante et majorante de l'état
 - ⇒ Approximation qLPV : construction de systèmes bornants linéaires et certains
 - ⇒ Caractérisation de l'ensemble des valeurs admissibles du gain (estimation garantie et asymptotiquement stable)

Tests de cohérence pour des variables internes et externes

Objectifs : Minimiser le conservatisme / Assurer la garantie

- A base d'estimateurs intervalles
 - ⇒ Caractérisation du plus petit défaut dont la détection est garantie

Conclusion

Estimation d'état pour des systèmes représentés par des modèles non linéaires à temps continu

- Développement d'une méthode de synthèse d'observateur fournissant des bornes minorante et majorante de l'état
 - ⇒ Approximation qLPV : construction de systèmes bornants linéaires et certains
 - ⇒ Caractérisation de l'ensemble des valeurs admissibles du gain (estimation garantie et asymptotiquement stable)

Tests de cohérence pour des variables internes et externes

Objectifs : Minimiser le conservatisme / Assurer la garantie

- A base d'estimateurs intervalles
 - ⇒ Caractérisation du plus petit défaut dont la détection est garantie

- Observateurs ayant une structure plus complexe
 - Gains différents pour les observateurs inférieur et supérieur
 - Gains “dynamiques”
- ⇒ Critères de performances

- Observateurs ayant une structure plus complexe
 - Gains différents pour les observateurs inférieur et supérieur
 - Gains “dynamiques”
- ⇒ Critères de performances

Production scientifique

Revue internationale

1. T. Raïssi, G. Videau, A. Zolghadri, "Interval observers design for consistency checks of nonlinear continuous-time systems", *Automatica*, Volume 46 (2010), Issue 3 (March).

Communications dans des congrès internationaux avec actes et comité de lecture

1. G. Videau, T. Raïssi, A. Zolghadri, "Guaranteed state estimation for nonlinear continuous-time systems based on qLPV transformations", *European Control Conference (ECC'09)*, Budapest, Hungary, 2009.
2. G. Videau, T. Raïssi, A. Zolghadri. "Set-observer design for consistency checks of nonlinear systems", *Safeprocess09*, Barcelona, Spain, 2009.
3. G. Videau, T. Raïssi, A. Zolghadri. "Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes : Cas des systèmes non linéaires à temps continu", *CIFA*, Bucarest, Roumanie, 2008.
4. G. Videau, T. Raïssi, A. Zolghadri. "Set membership state estimation for nonlinear systems using contraction theory. A study case", *17th IFAC World Congress*, Seoul, Korea, 2008.

Communications dans des congrès nationaux avec actes et comité de lecture

1. G. Videau, T. Raïssi, A. Zolghadri, "Détection de défauts par analyse par intervalles", *Journées Identification et Modélisation Expérimentale*, Poitiers, France, 2006.

Article soumis

1. T. Raïssi, G. Videau, A. Zolghadri, "Set-membership state and parameter estimation for nonlinear continuous-time systems based on consistency techniques", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, En révision (3^{ème} tour).

Méthodes garanties pour l'estimation d'état et le contrôle de cohérence des systèmes non linéaires à temps continu

Gaétan Videau
Ali Zolghadri, Tarek Raïssi

Université Bordeaux I, Laboratoire IMS

Groupe de travail MEA
03 décembre 2009

Directeur : Pr. Ali Zolghadri
Co-directeur : Dr. Tarek Raïssi



Hirsch, M. W. and Smith, H. L. (2003).

Competitive and cooperative systems : A mini-review.

In *POSTA*, pages 183–190.



Rapaport, A. and Gouzé, J. L. (1999).

Practical observers for uncertain affine output injection systems.

Proceedings of the European Control Conference.



Smith, H. L. (1995).

Monotone dynamical systems : An introduction to the theory of competitive and cooperative systems.

In Society, A. M., editor, *Mathematical Surveys and Monographs*, volume 41. Providence, Rhode Island.



Videau, G., Raïssi, T., and Zolghadri, A. (2009a).

Guaranteed state estimation for nonlinear continuous-time systems based on qlpv transformations.

Budapest, Hungary. European Control Conference (ECC'09).



Videau, G., Raïssi, T., and Zolghadri, A. (2009b).

Set-observer design for consistency checks of nonlinear systems.

Barcelona, Spain. Safeprocess09.



Zolghadri, A. (1996).

An algorithm for real-time failure detection in kalman filters.

IEEE transactions on automatic control, 41(10) :1537–1539.