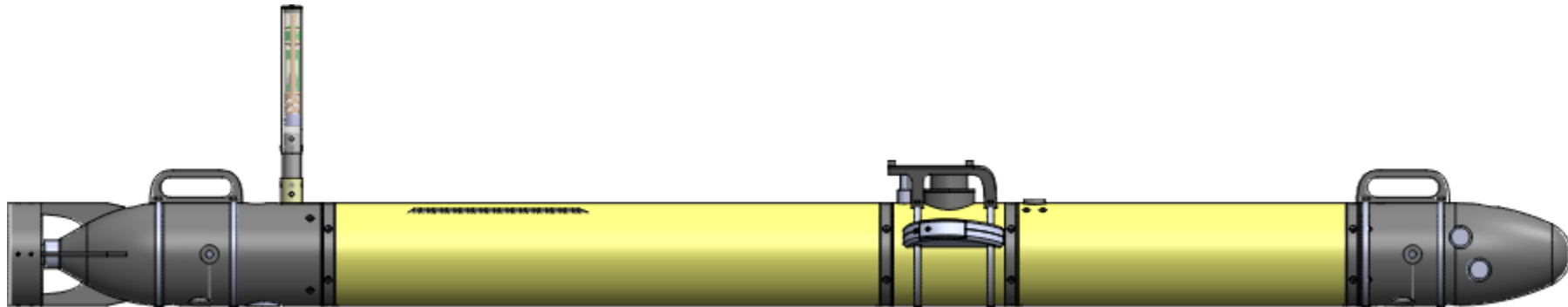

Asservissement en cap du Folaga

-

Du capteur au contrôleur



I – Présentation du problème

II – Premiers filtres simples

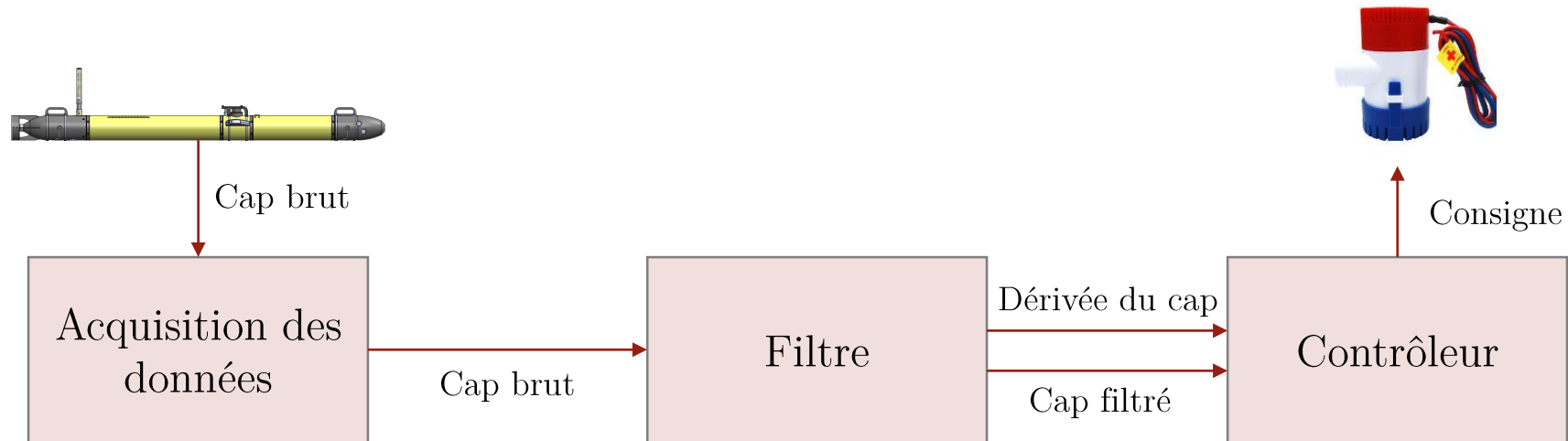
III – Limites

IV – Filtre final

V – Contrôleur

I - Présentation du problème

Chaine de données

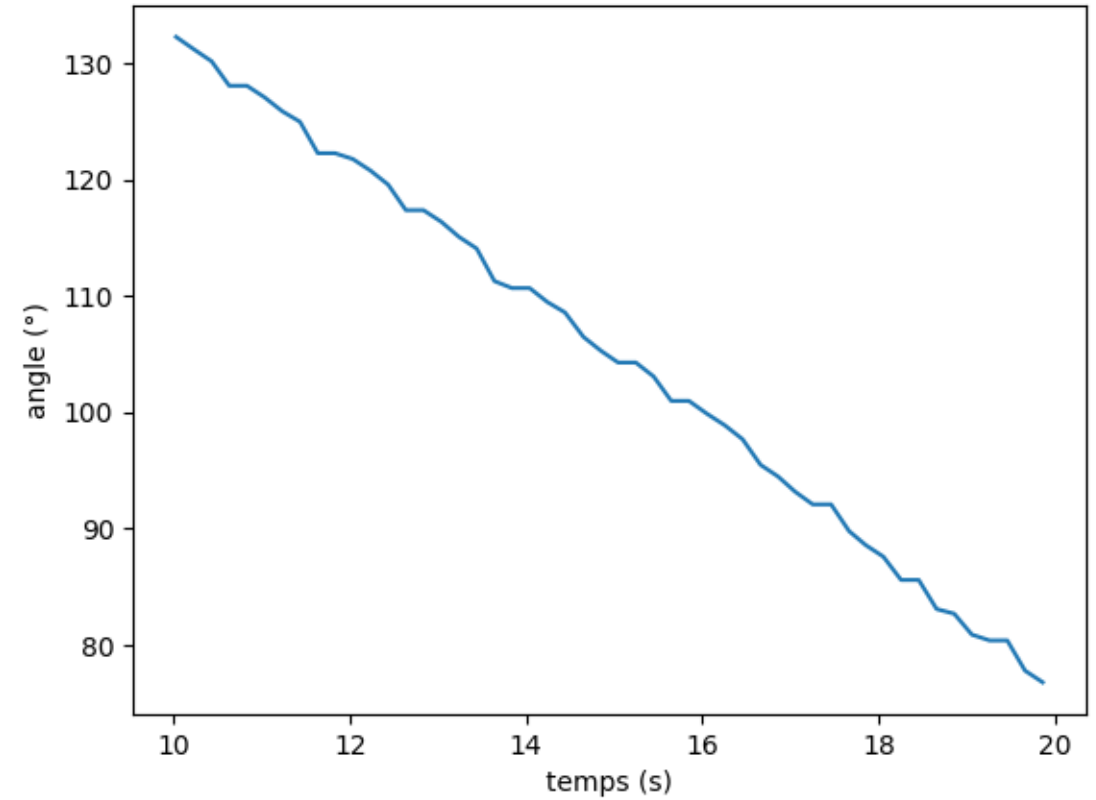
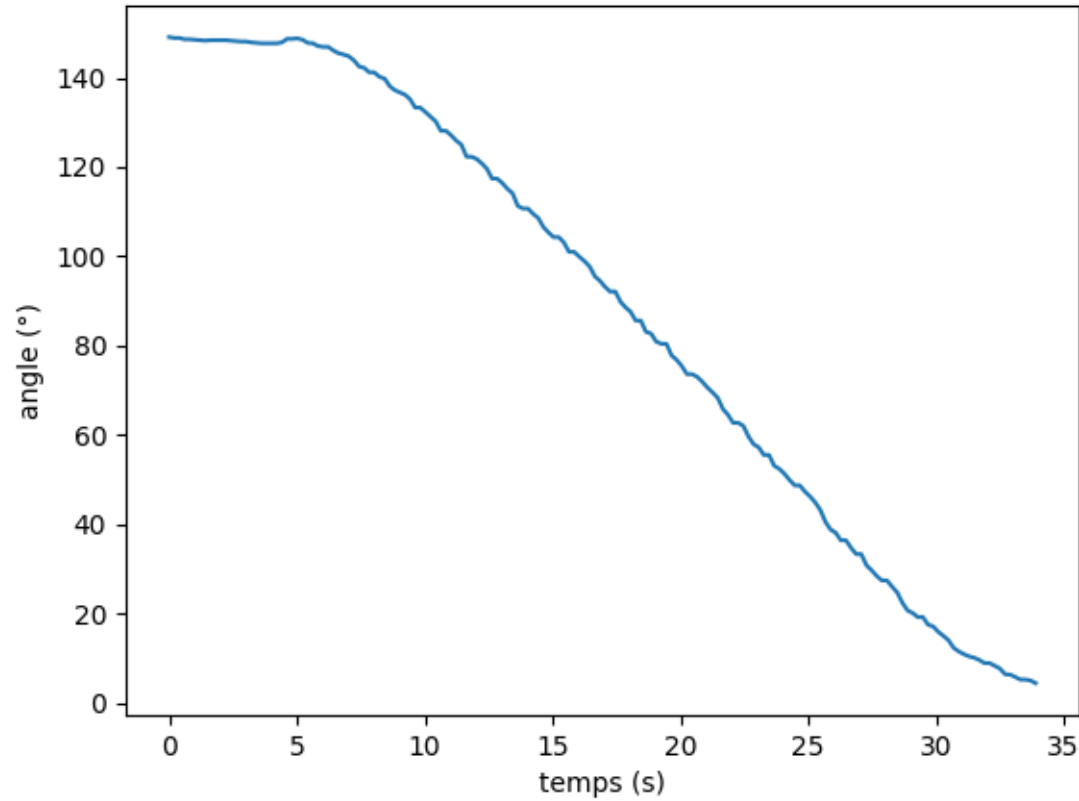


Acquisition des données

Programme ROS :

- Ouverture d'une socket
- Lecture de la valeur de cap
- Copie dans un message ROS
- Publication du message

Exemple



II – Premiers filtres simples

Bref rappels du filtre de Kalman

Filtre linéaire

Estimateur de paramètres

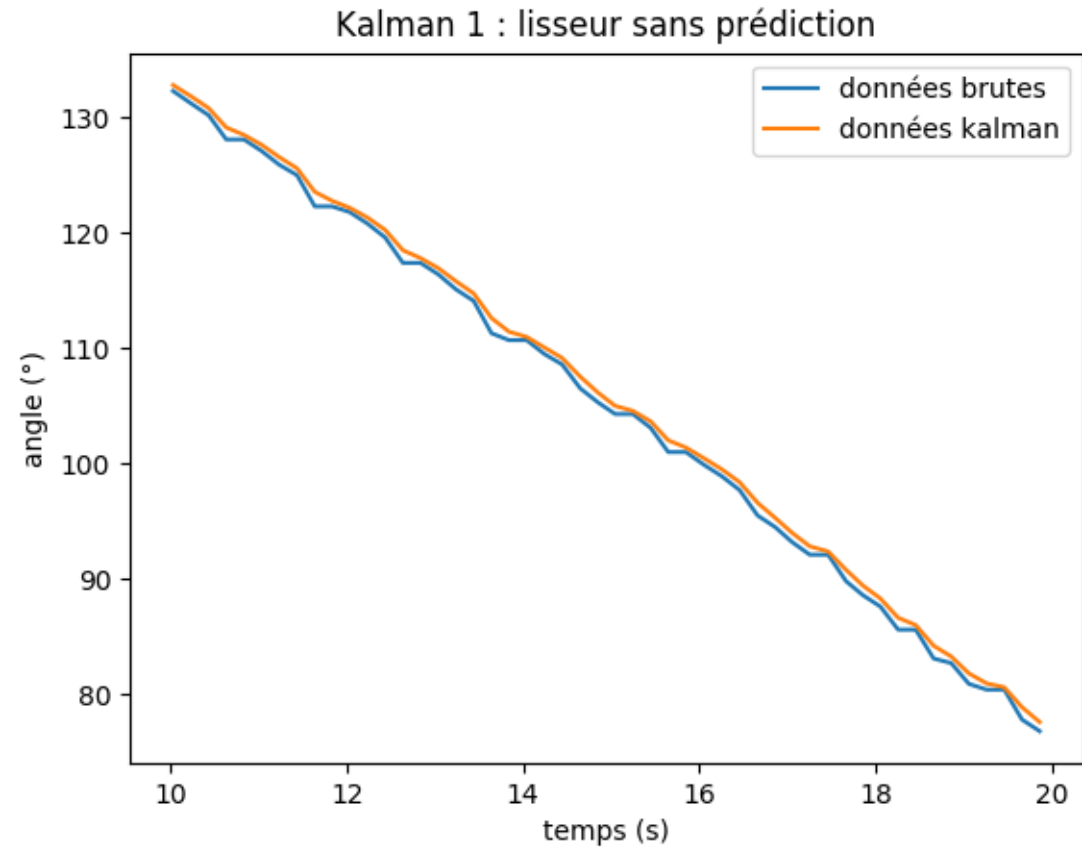
Deux équations principales :

- équation d'évolution : $x_{k+1} = A.x_k + B.u$ (prédiction)
- équation de mesure : $y = C.x$ (correction)

Filtre 1 : Lisseur sans prédiction

$$x_{k+1} = [\theta_{k+1}] = [1] \cdot [\theta_k] + [0] \cdot [0]$$

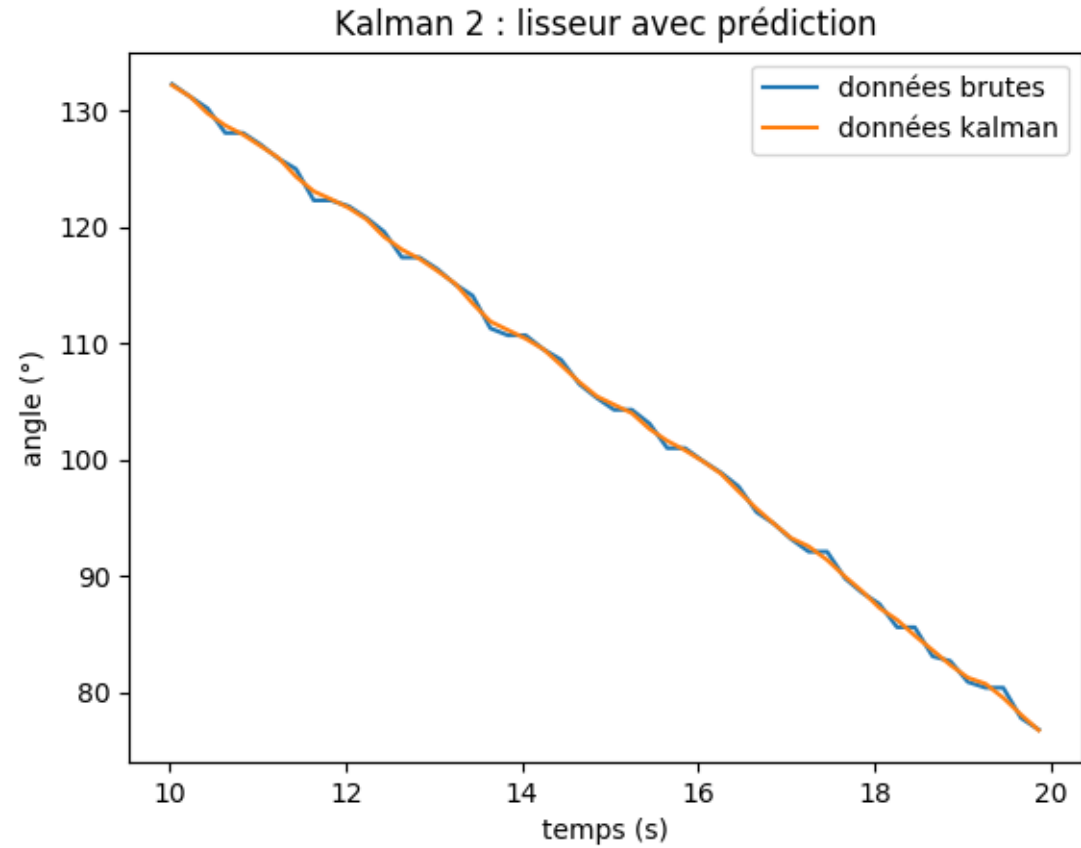
$$[\theta_{mes}] = [1] \cdot x$$



Filtre 2 : Lisseur avec prédiction

$$\begin{aligned}x_{k+1} = [\theta_{k+1}] &= [1] \cdot [\theta_k] + [dt] \cdot [\dot{\theta}] \\&= [1] \cdot [\theta_k] + [dt] \cdot \left[\frac{(\theta_k - \theta_{k-1})}{dt} \right] \\&= [1] \cdot [\theta_k] + [1] \cdot [\theta_k - \theta_{k-1}]\end{aligned}$$

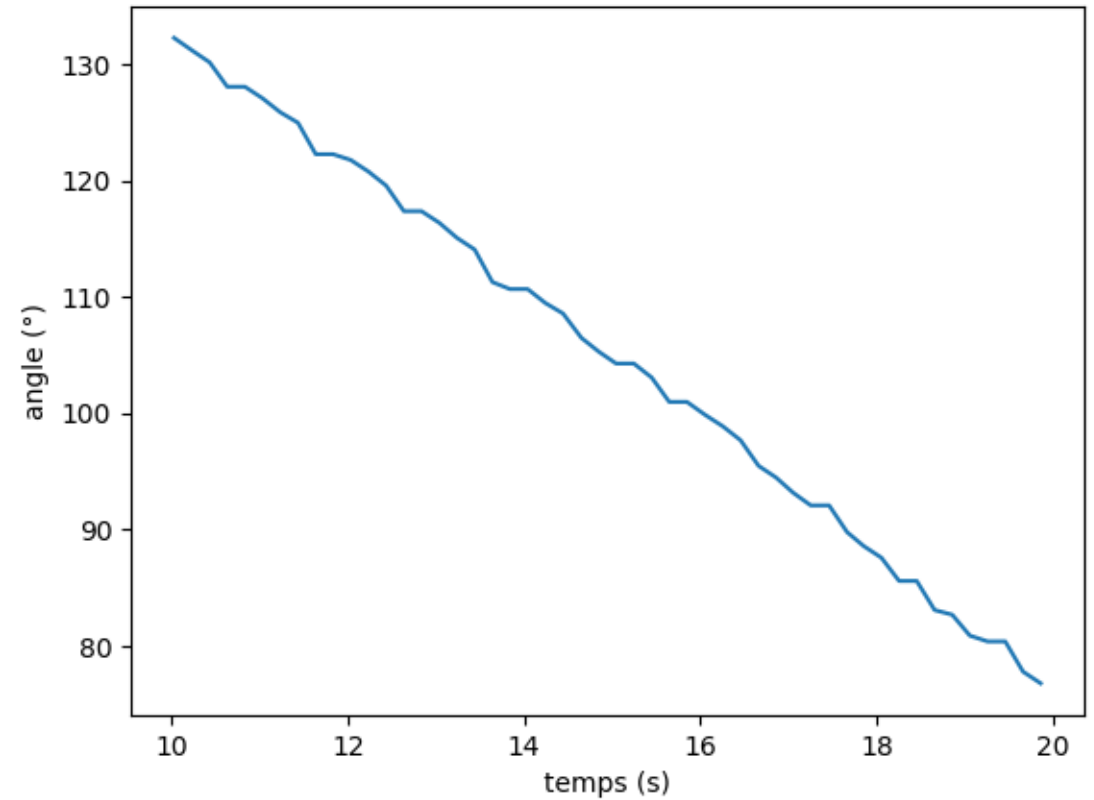
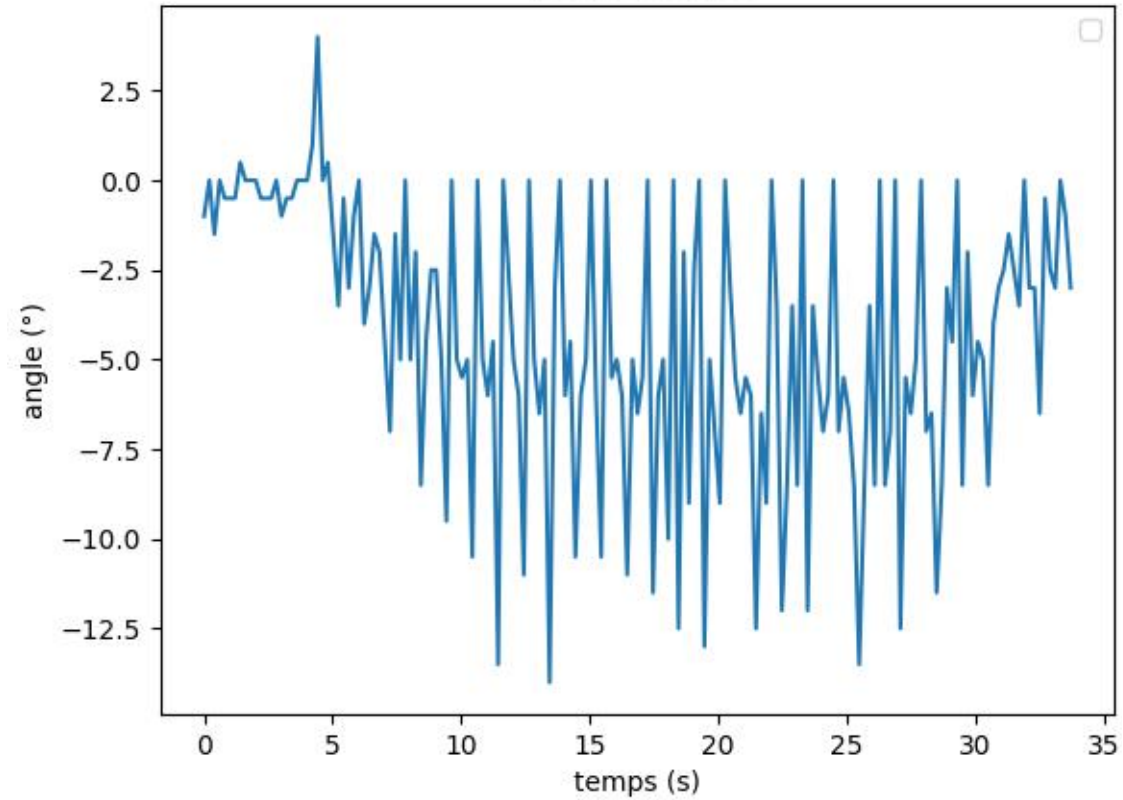
$$[\theta_{mes}] = [1] \cdot x$$



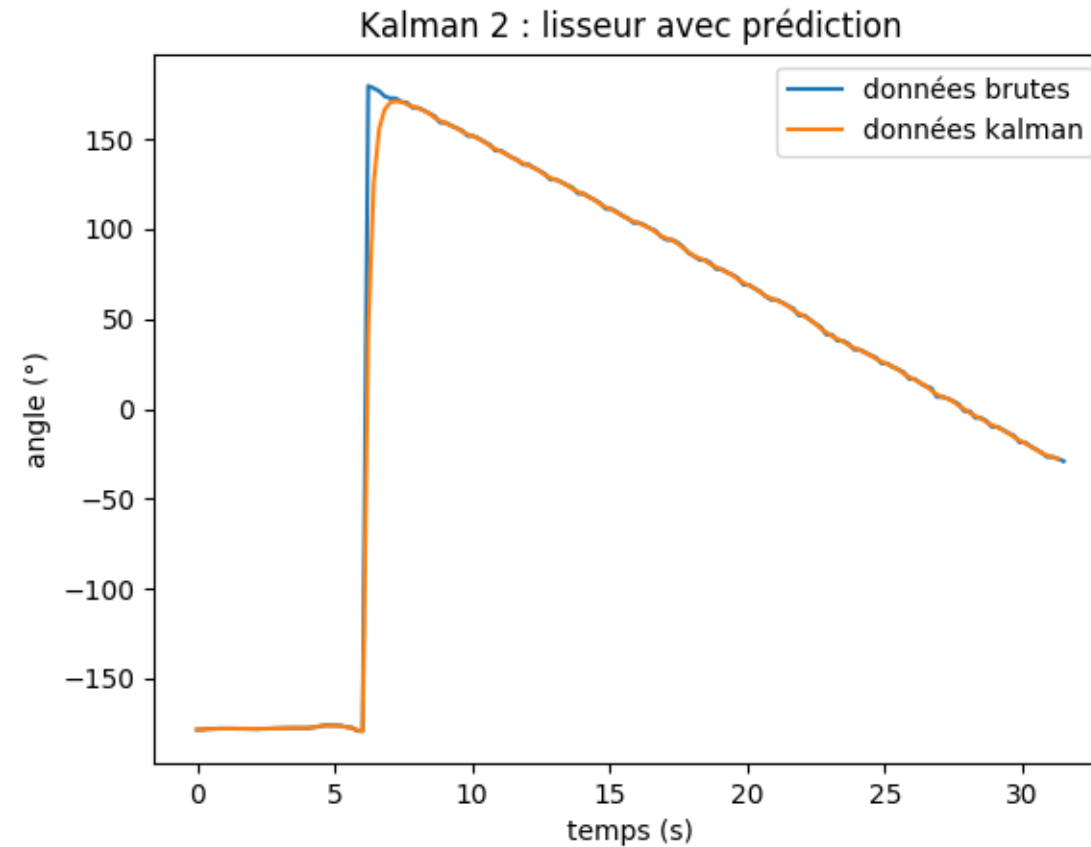
III - Limites

La dérivée

Derivée brute



Non linéarité de l'angle

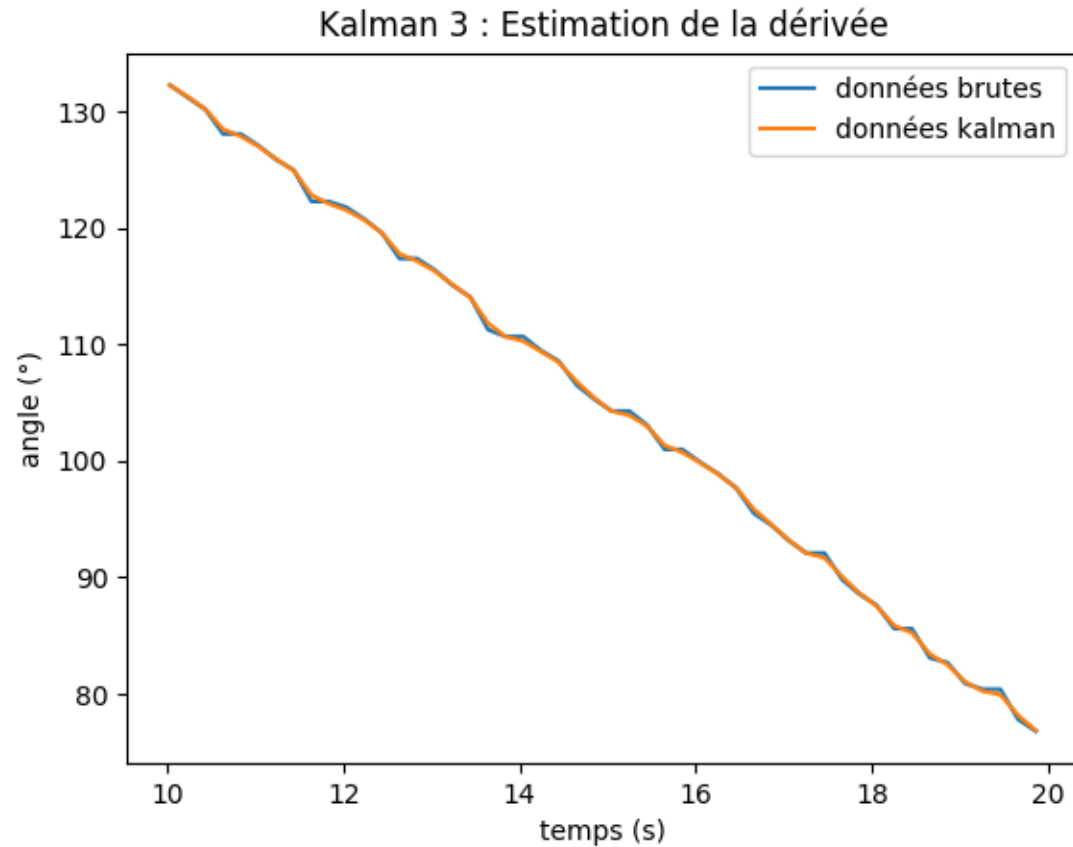


IV – Filtre final

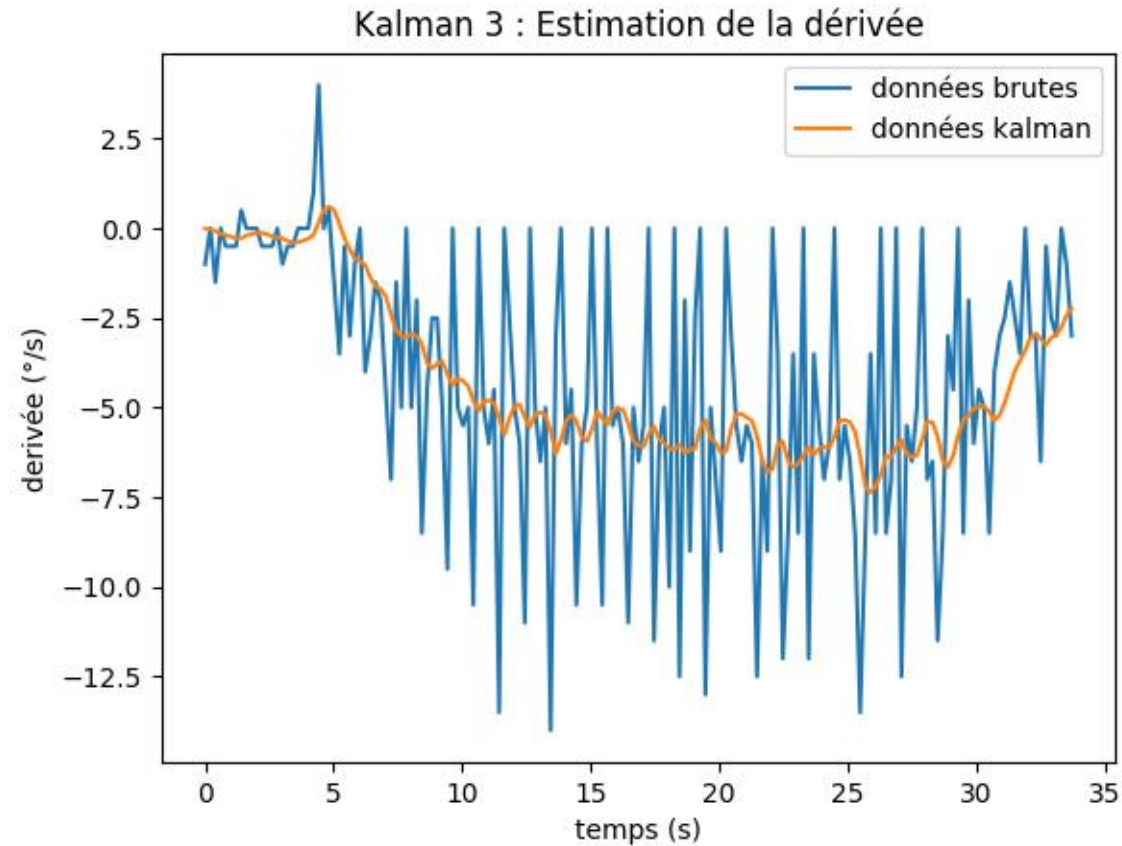
Filtre 3 : Estimer la dérivée

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} \theta_{k+1} \\ \dot{\theta}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & dt \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_k \\ \dot{\theta}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{mes} \\ \frac{(\theta_{mes} - \theta_{mes-1})}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot x$$



Filtre 3 : Estimer la dérivée



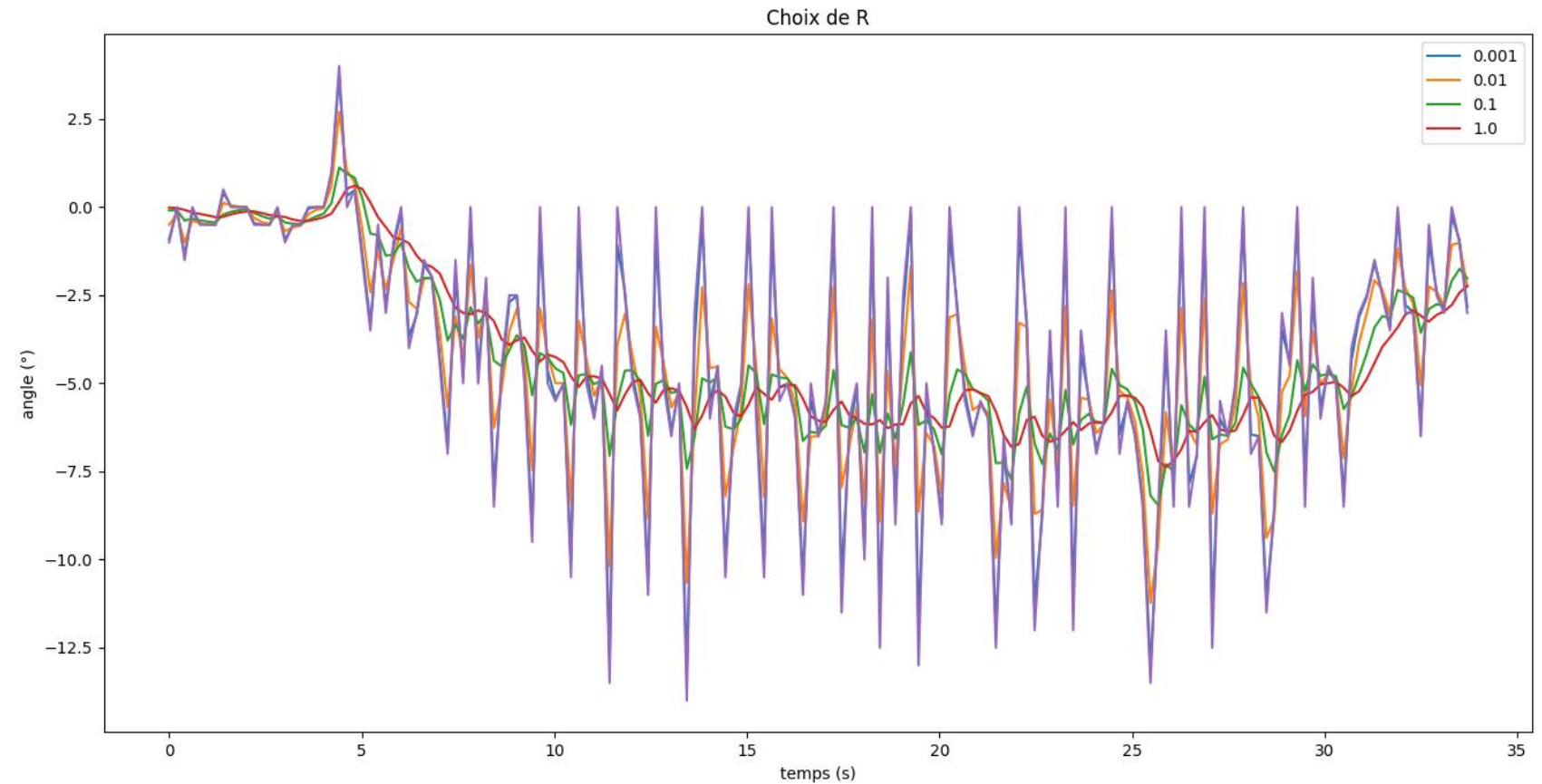
Discussion sur les matrices de covariance

Q : Covariance du bruit de modèle

R : Covariance du bruit de mesure

Ici l'évolution est plutôt bonne d'un point de vue physique, Q sera très petit (ici arbitrairement fixé à 10^{-2})

Et R ?

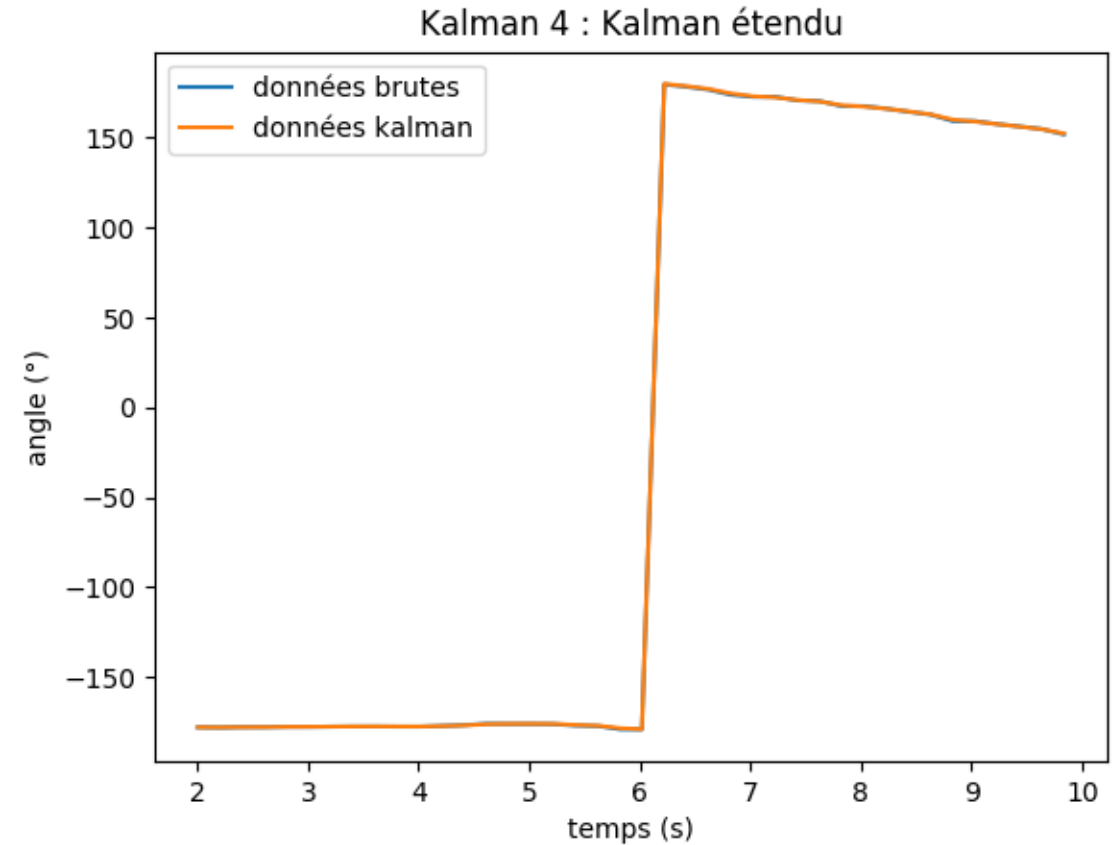


Filtre 4 : Kalman étendu

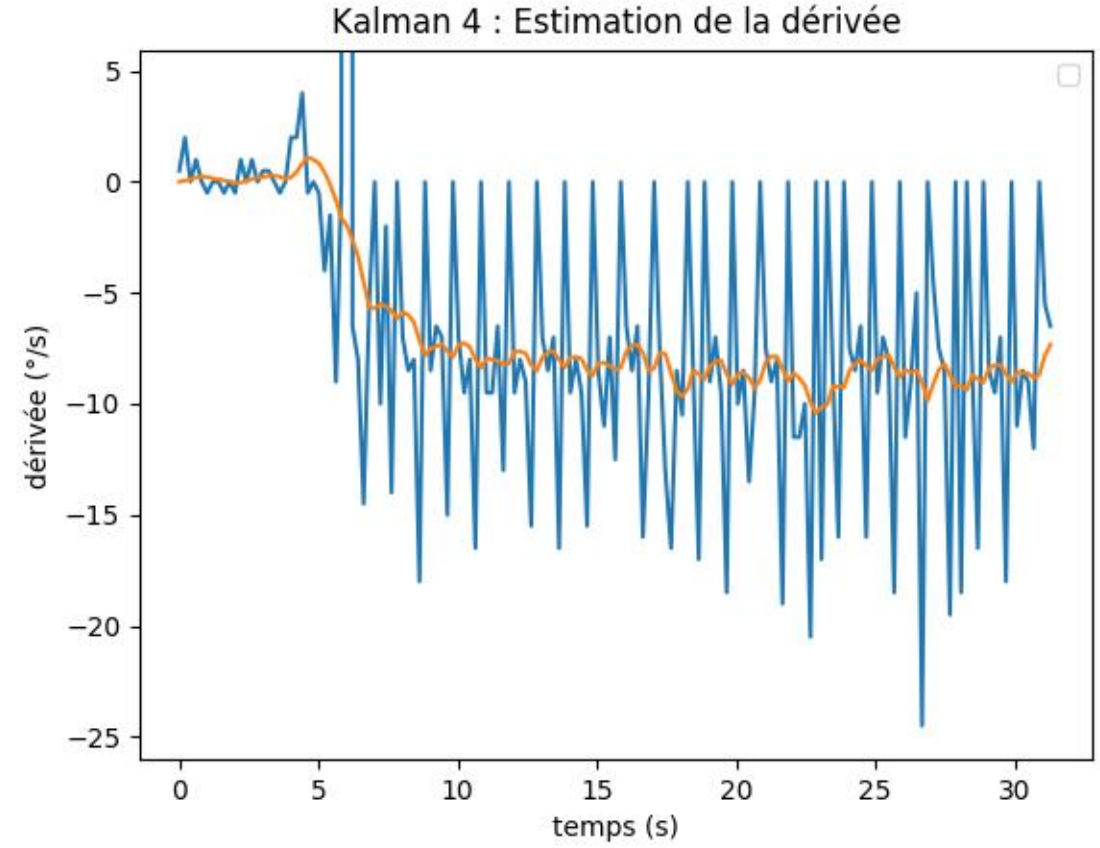
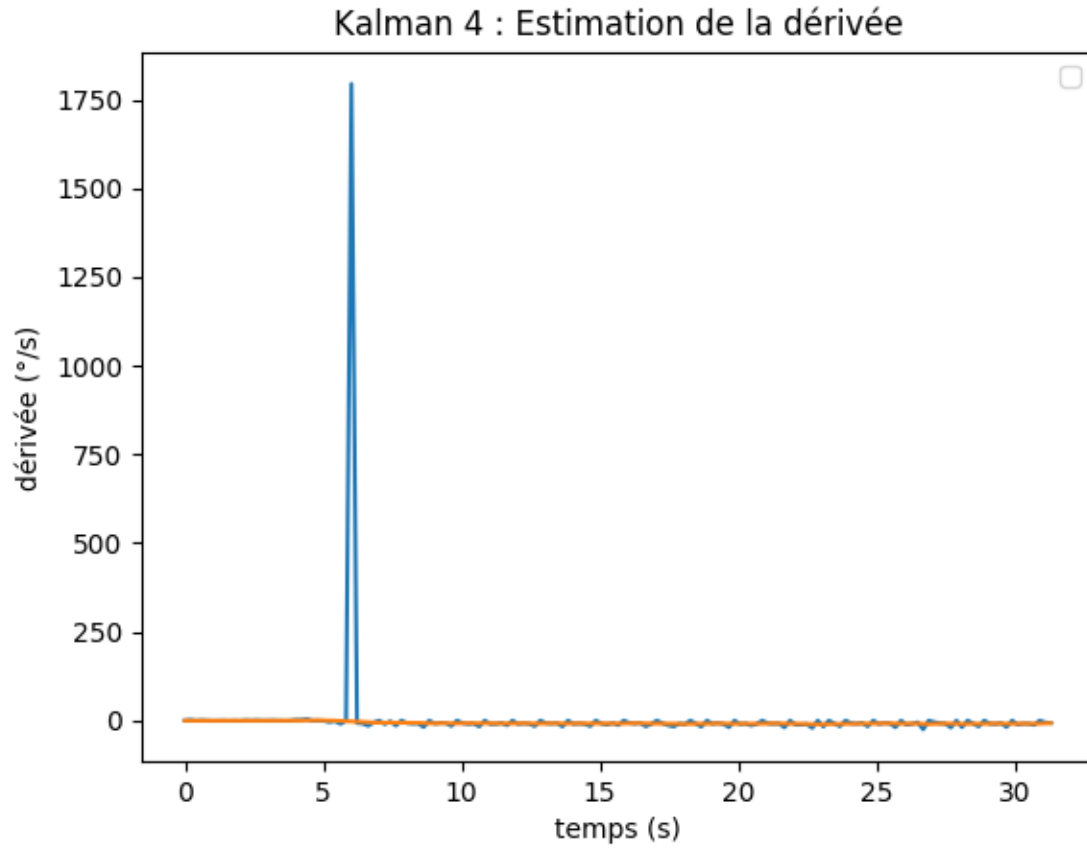
$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{k+1}) \\ \sin(\theta_{k+1}) \\ \dot{\theta}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k) - dt \cdot \sin(\theta_k) \cdot \dot{\theta}_k \\ \sin(\theta_k) + dt \cdot \cos(\theta_k) \cdot \dot{\theta}_k \\ \dot{\theta}_k \end{bmatrix}$$

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x1 - dt \cdot x3 \cdot x2 \\ x2 + dt \cdot x3 \cdot x1 \\ x3 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{mes}) \\ \sin(\theta_{mes}) \\ \frac{\sin(\theta_{mes} - \theta_{mes-1})}{dt} \end{bmatrix}$$



Filtre 4 : Kalman étendu



Pour aller plus loin : variable contrainte pour la convergence

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - dt \cdot x_3 \cdot x_2 \\ x_2 + dt \cdot x_3 \cdot x_1 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{mes}) \\ \sin(\theta_{mes}) \\ \frac{st(\theta_{mes} - \theta_{mes-1})}{dt} \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_1^2 + x_2^2 \end{bmatrix}$$

De plus, on peut utiliser l'ancienne valeur du Kalman pour la dérivée

```
1.0005509520031761
1.0005857030788619
1.0005819342640356
1.0003534464980282
1.000393486000658
1.000438841116159
1.0005061133430977
1.0003458236893168
1.000381873451614
1.0005140421084775
1.000584082351169
1.0007011245111161
1.0005302761284205
1.000540404024038
1.0006278504413844
1.0004472017062833
1.0005282695942195
1.0005329045001456
1.000396724899307
1.0004333591542112
1.000463059220722
1.0004830995208327
1.0004166006063304
1.0003487476881772
```

V – Contrôleur

$$u = k_p \cdot st(\theta_{cons} - \theta_{kalman}) + k_d \cdot \dot{\theta}_{kalman}$$

Avec $k_p=300$ et $k_d=500$

Questions ?

Kalman

Prédiction [\[modifier \]](#) [modifier le code \]](#)

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k \text{ (état prédit)}$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k \text{ (estimation prédite de la covariance)}$$

avec

- $\mathbf{F}_k$: matrice qui relie l'état précédent k-1 à l'état actuel k
- $\mathbf{u}_k$: entrée de commande
- $\mathbf{B}_k$: matrice qui relie l'entrée de commande u à l'état x
- $\mathbf{P}_{k|k-1}$: matrice d'estimation *a priori* de la covariance de l'erreur
- $\mathbf{Q}_k$: matrice de covariance du bruit du processus (en anglais *process noise*)

Mise à jour [\[modifier \]](#) [modifier le code \]](#)

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \text{ (innovation)}$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \text{ (covariance de l'innovation)}$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \text{ (gain de Kalman optimal)}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k \text{ (état mis à jour)}$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \text{ (covariance mise à jour)}$$

avec

- $\mathbf{z}_k$: observation ou mesure du processus à l'instant k
- $\mathbf{H}_k$: matrice qui relie l'état $\mathbf{x}_k$ à la mesure $\mathbf{z}_k$
- $\mathbf{P}_{k|k}$: matrice d'estimation *a posteriori* de la covariance de l'erreur
- $\mathbf{R}_k$: matrice de covariance du bruit de mesure
- $\mathbf{I}$: matrice identité aux dimensions adéquates

Kalman étendu

Prédiction

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{u}_k, 0)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

Mise à jour

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, 0)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

Où les **matrices** de transition et d'observation sont définies comme étant les **Jacobiennes** suivantes :

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{u}_k}$$

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}}$$