Réseaux de Petri

Présentation par Anouar MAHLA

Références

- https://www.ensta-bretagne.fr/jaulin/master_cours_petri.pdf
- http://www.morere.eu/IMG/pdf/cours_petri2.pdf
- http://homepages.laas.fr/francois/RdP/rdp.pdf
- http://edoc.sub.uni-hamburg.de/informatik/volltexte/2011/160/
- https://www.youtube.com/user/crashdum/videos
- https://fr.wikipedia.org/wiki/Réseau_de_Petri
- http://jbsp.fr/RdpDir/DualitePO-PC.html

Plan du cours

- Historique et Intérêt des réseaux de Petri
- Définitions
- Exemples concrets
- Formalisme
- Application à Go zone
- Extensions possibles du modèle

Historique

- Créés en 1962 par Carl Adam Petri dans *Kommunikation mit Automaten*
- Inventés dans le but de représenter des systèmes dynamiques à évènements discrets
- Très utilisés dans la robotique industrielle, dans les systèmes « concurrentiels », ou à partages de ressources
- A l'origine du Grafcet, qui deviendra une norme internationale en 1978.

Pourquoi les réseaux de Petri ?

- Permettent de modéliser facilement :
  - La structure du système
  - Sa dynamique

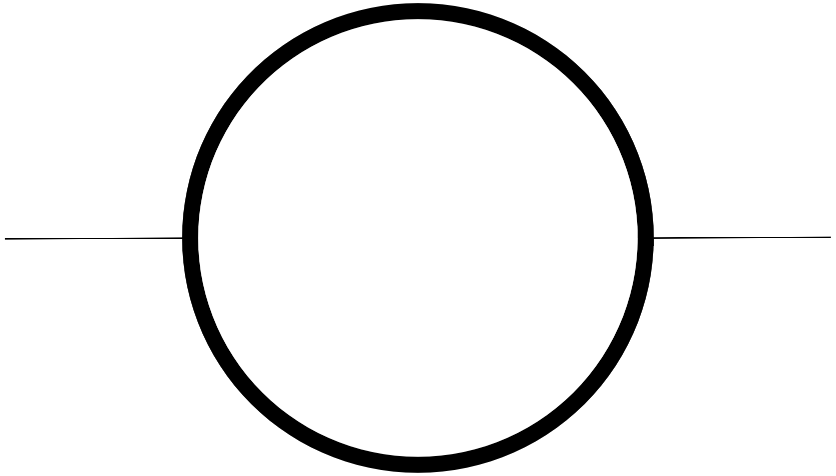
Pourquoi les réseaux de Petri ?

- Permettent de modéliser facilement :
  - La structure du système
  - Sa dynamique

- Représentations multiples :
  - Graphique : donne une vision d’ensemble et fait comprendre facilement le fonctionnement d’un système
  - Mathématique : donne la possibilité de faire des démonstrations efficaces pour juger la qualité d’un système

Définitions

Places

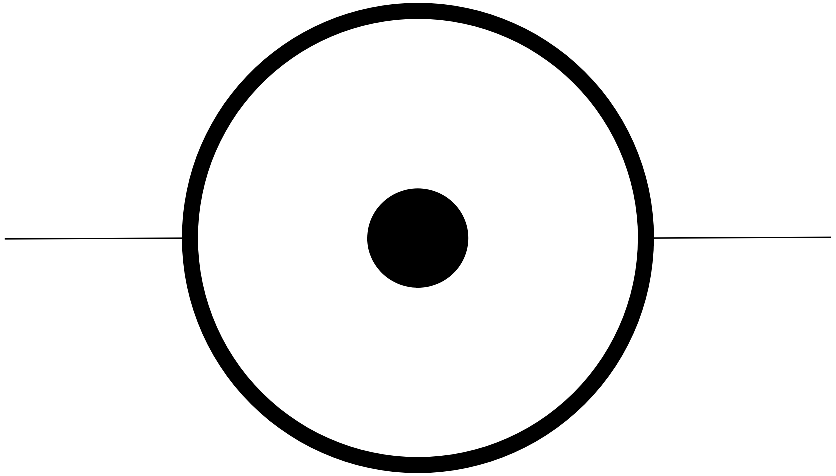


P_1

- Objet abstrait traduisant une **condition** qui peut (ou non) être satisfaite

- Représente par exemple un état d'une partie du système, un endroit physique propre au système, ou un cap à suivre par le robot sous-marin…

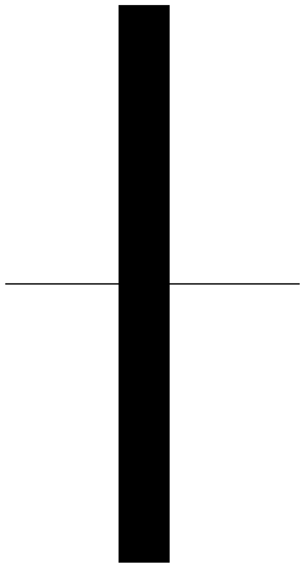
Marquage de places



P_1

- On introduit la notion de **jetons**
- Une place peut être **occupée** par un/des jetons
- Certaines places peuvent avoir un nombre maximal de jetons simultanément
- Ces jetons peuvent représenter le fait que la condition est satisfaite, qu'il y a des ressources à la place présente, ou que le robot est dans l'état P1

Transitions



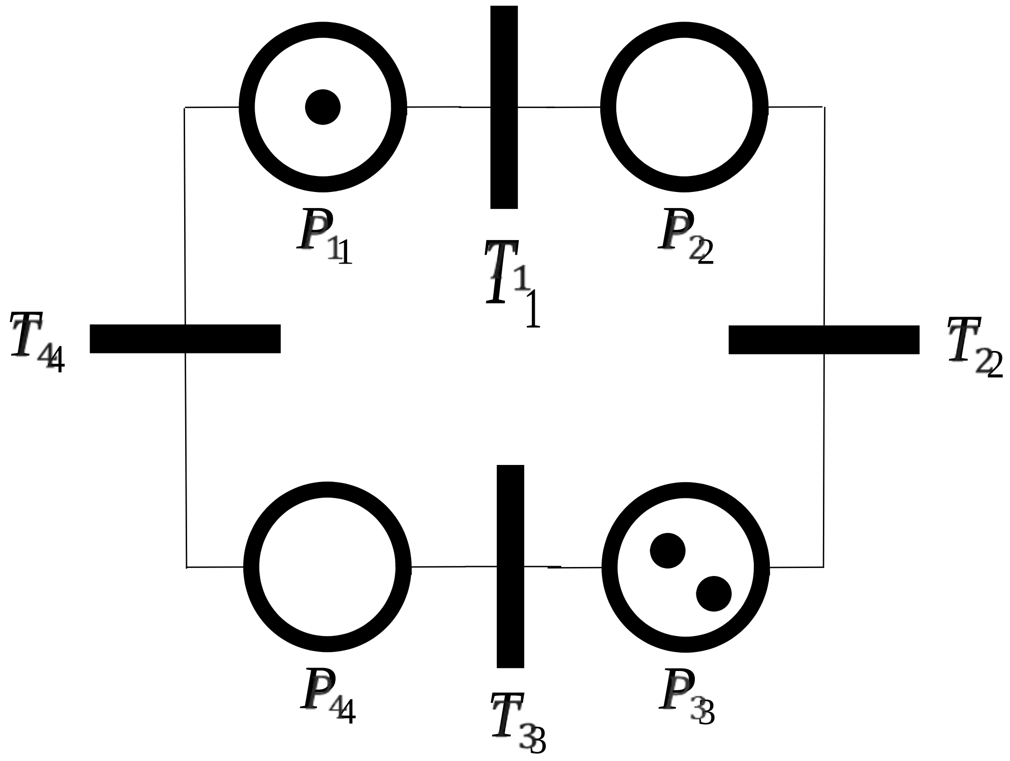
T_{11}

- Objet abstrait traduisant le **passage d'une place à une autre.**
- Ce passage est **instantané**
- Représente par exemple « l'action » de consommer une ressource, le passage d'un état à un autre, ou la rencontre d'une isobathe…

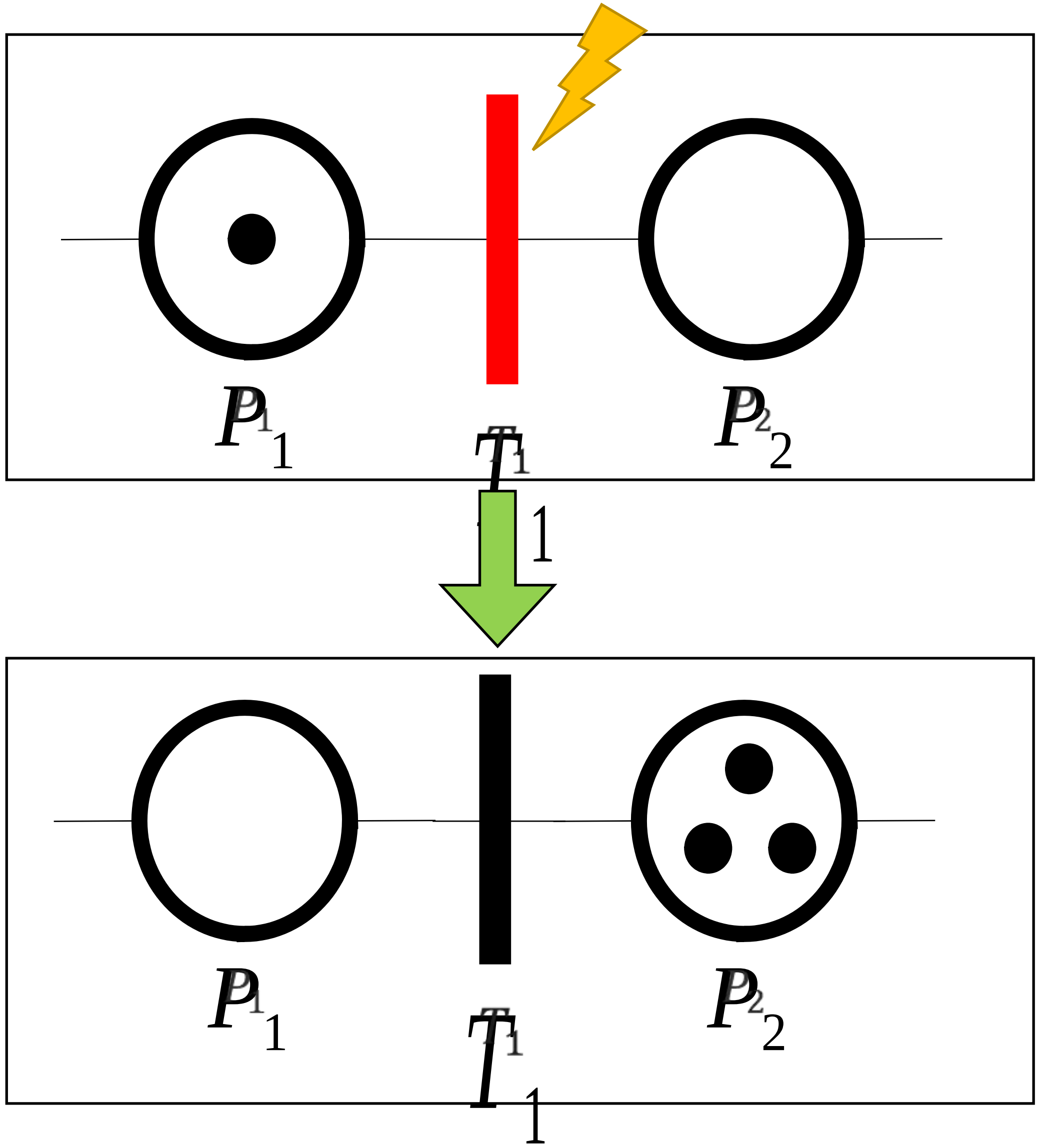
Aspect visuel d’un réseau de Petri

- On relie places et transitions dans un graphe dit « biparti »
- Plusieurs règles :
  - Une Place ne peut pas être directement reliée à une Place
  - Une Transition ne peut pas être directement reliée à une Transition

  - On place un **marquage initial** : chaque place se voit attribuer un certain nombre (éventuellement 0) de jetons



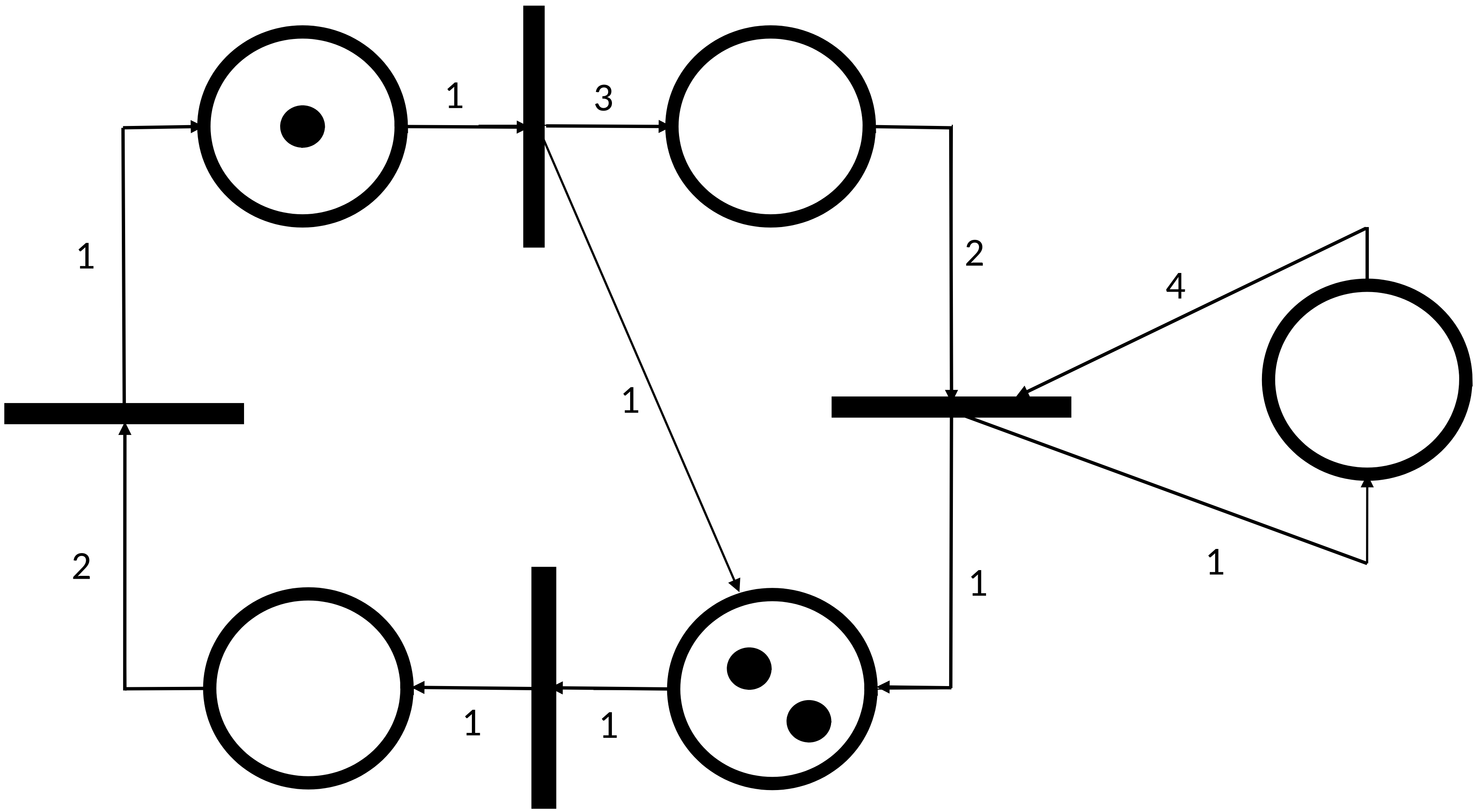
Franchissement d'une transition



- A quelle condition une transition est-elle franchie ?

  → Ssi il y a un nombre suffisant de jetons dans la place en amont!

- La transition consomme alors les jetons nécessaires **en amont** et distribue un nombre défini de jetons dans la place **en aval.**

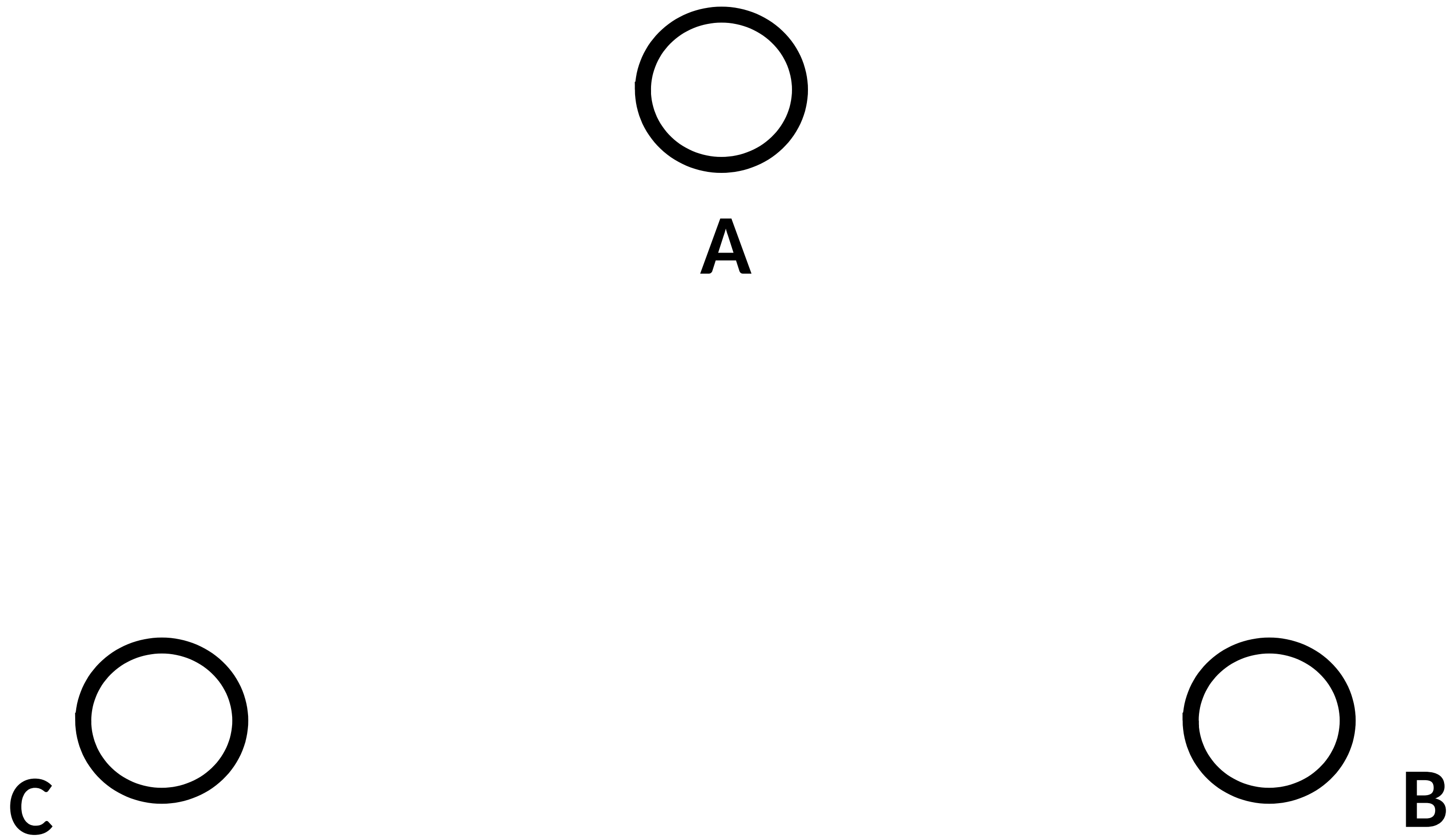

1
3
1
2
4
1
2
1
1
1
1

Exemples

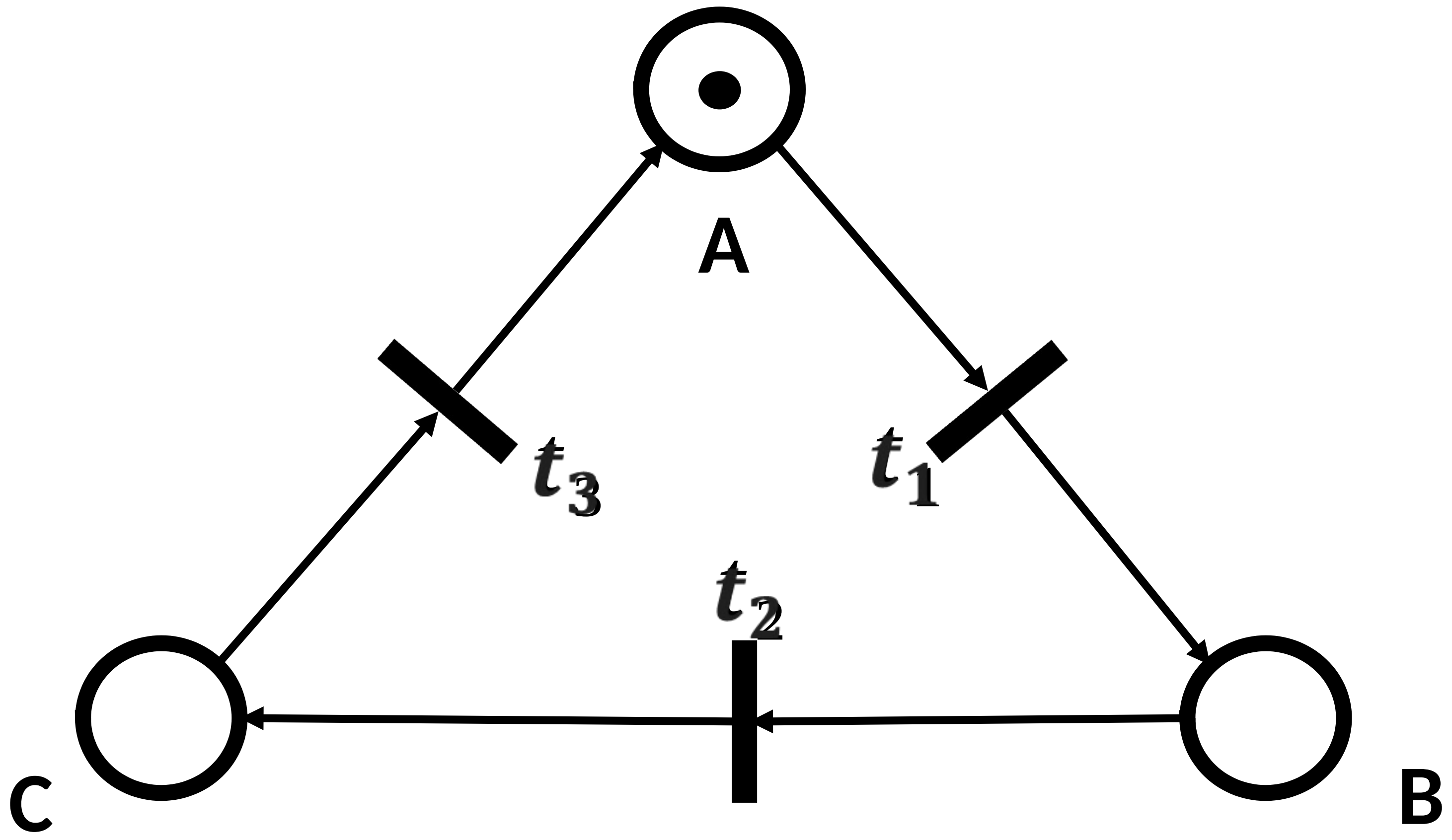
Premier exemple :

- Un voyageur part de Amiens, et veut visiter Brest et Clermont-Ferrand
- Il ne doit visiter chaque ville qu’une seule fois
- Le voyage doit se faire dans le sens A-B-C
- Le voyageur ne veut absolument pas passer par Paris

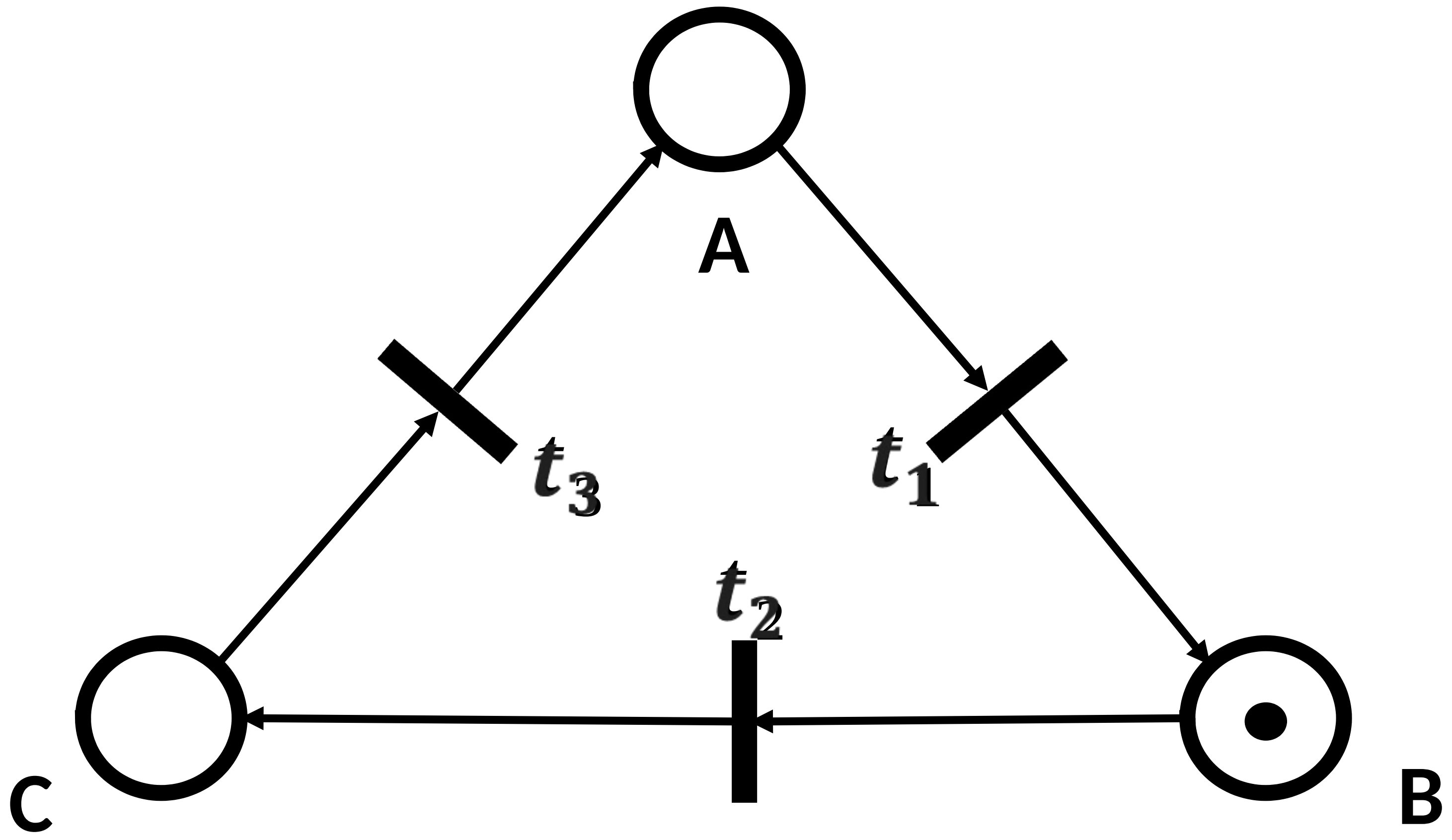
Premier exemple :



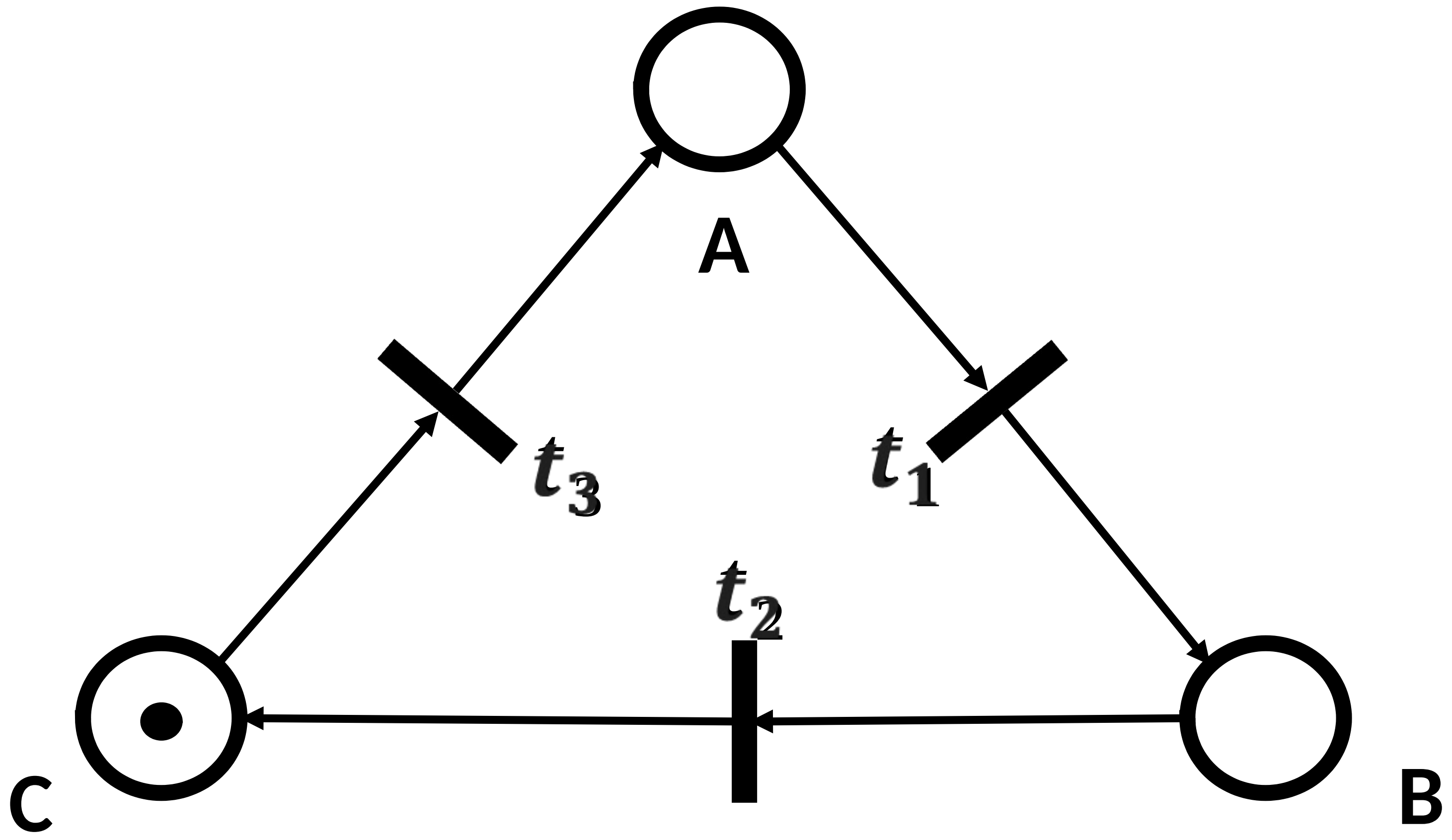
Premier exemple :



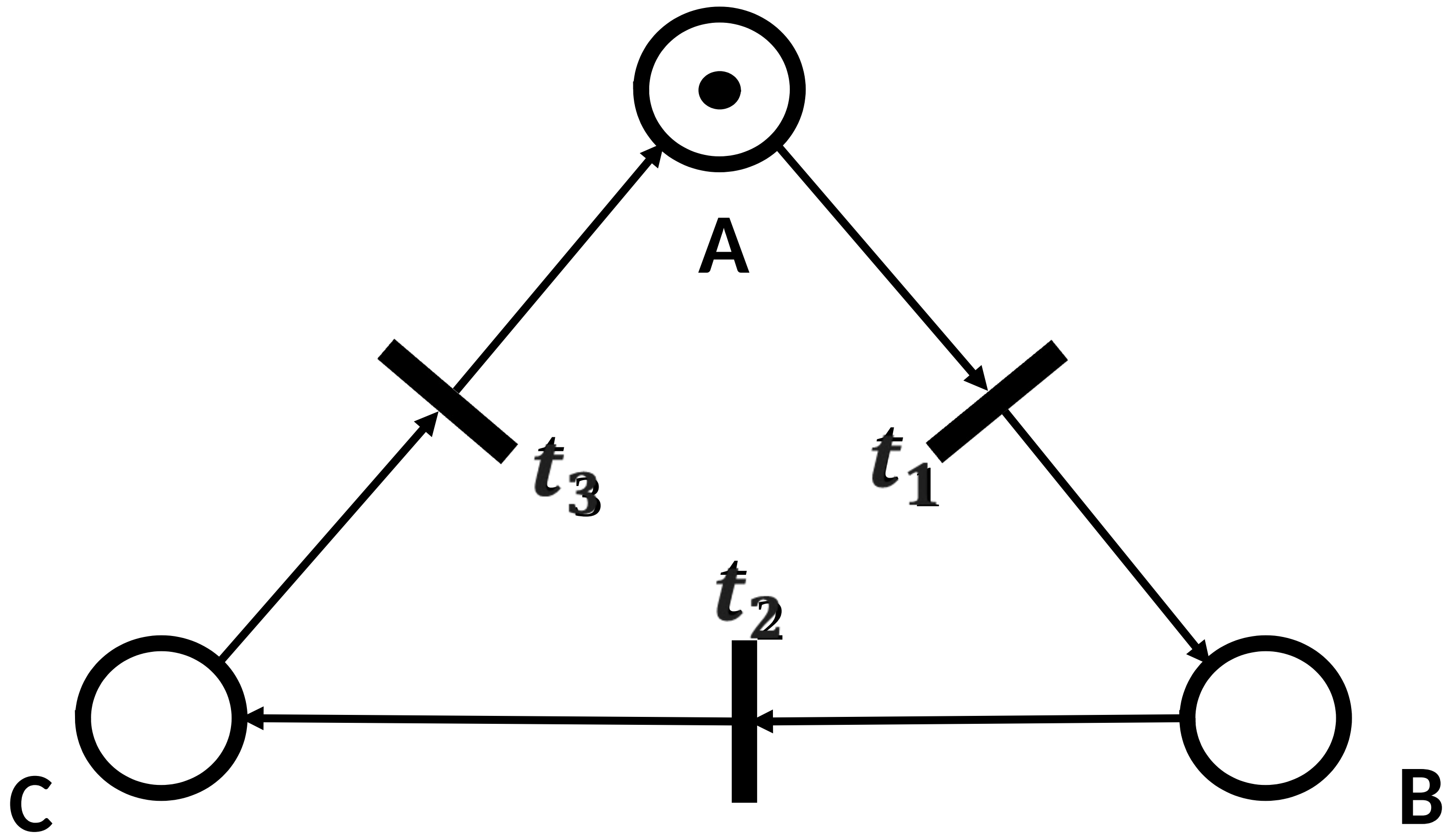
Premier exemple :



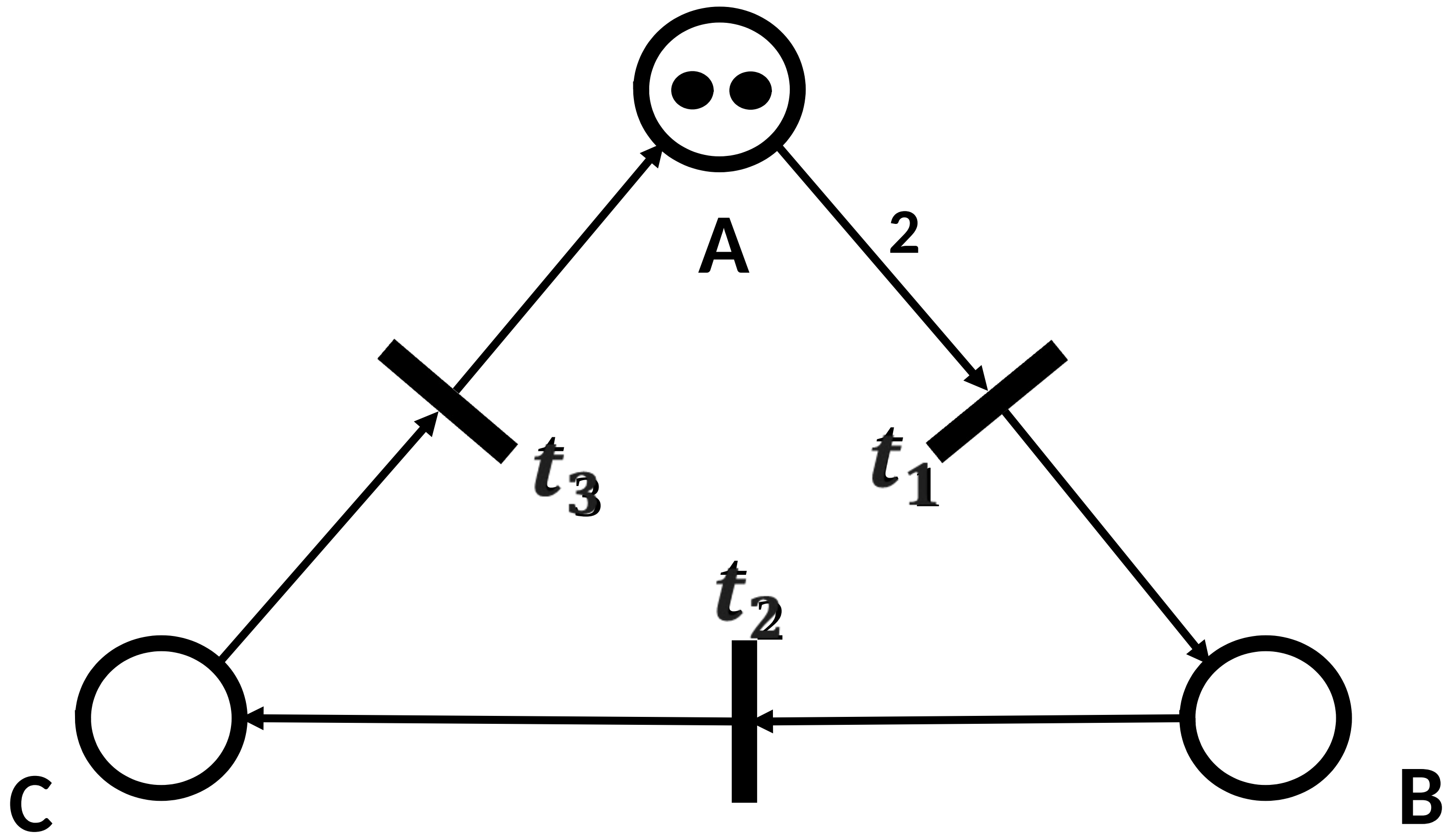
Premier exemple :



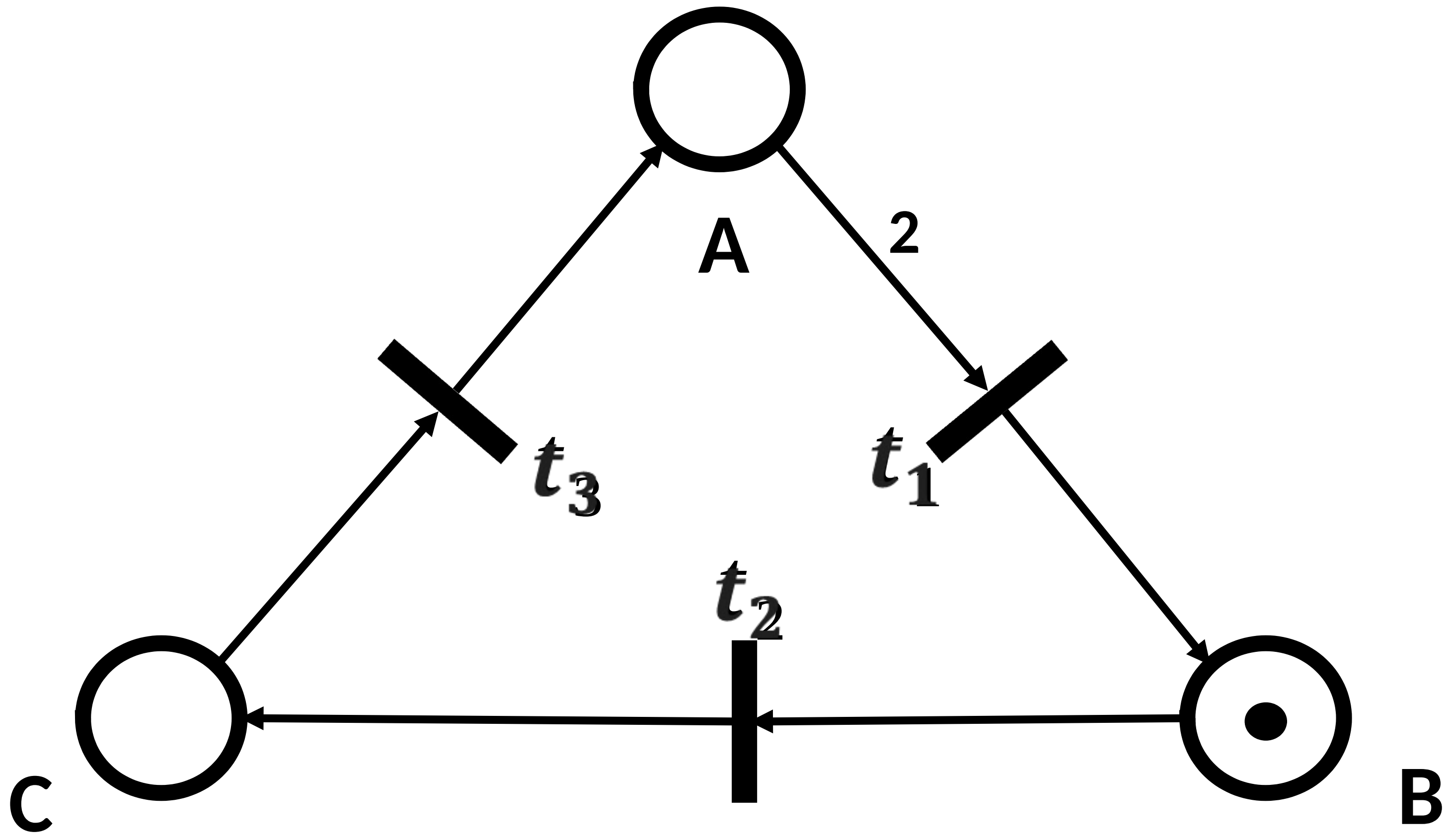
Premier exemple :



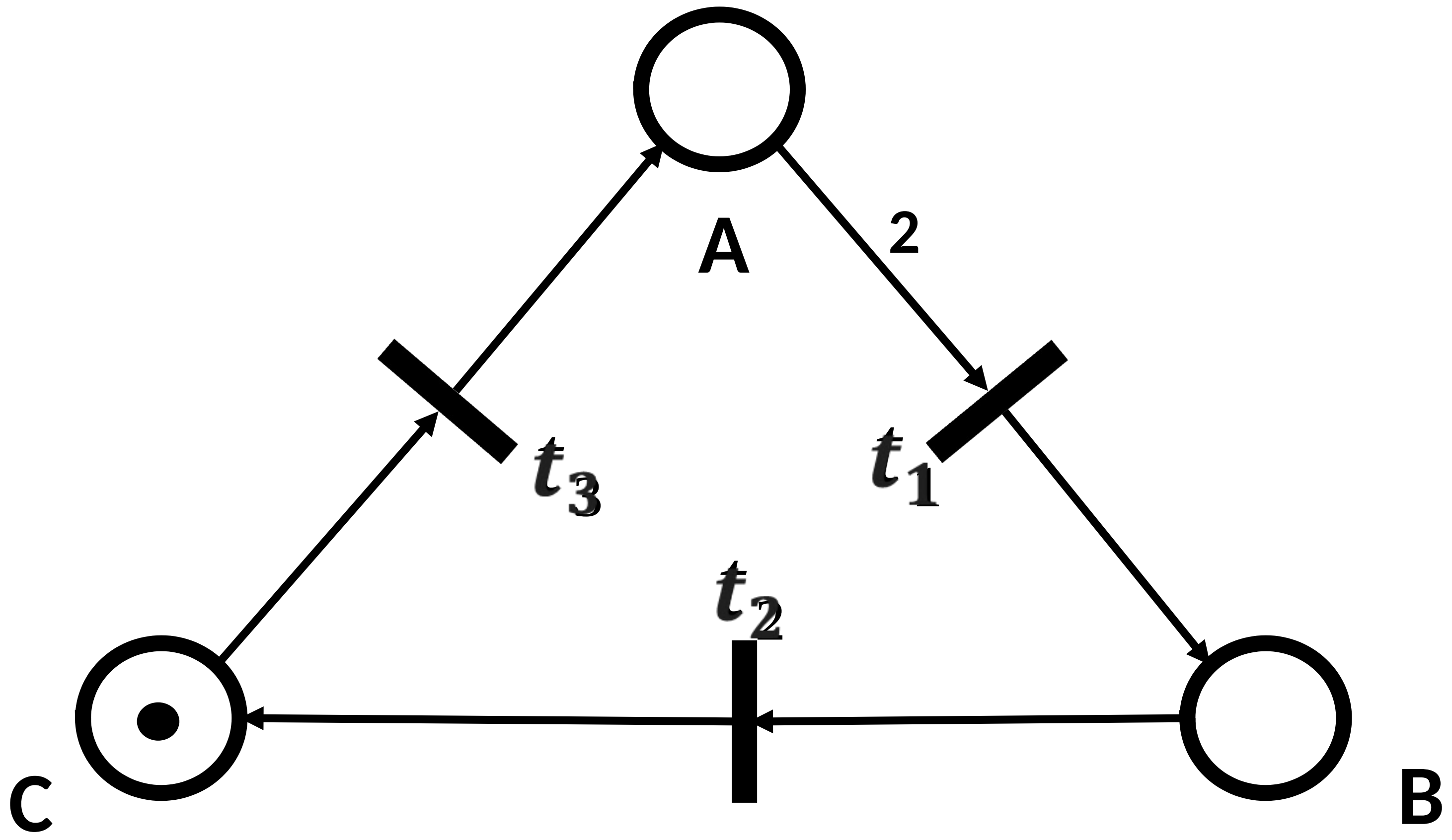
Premier exemple :



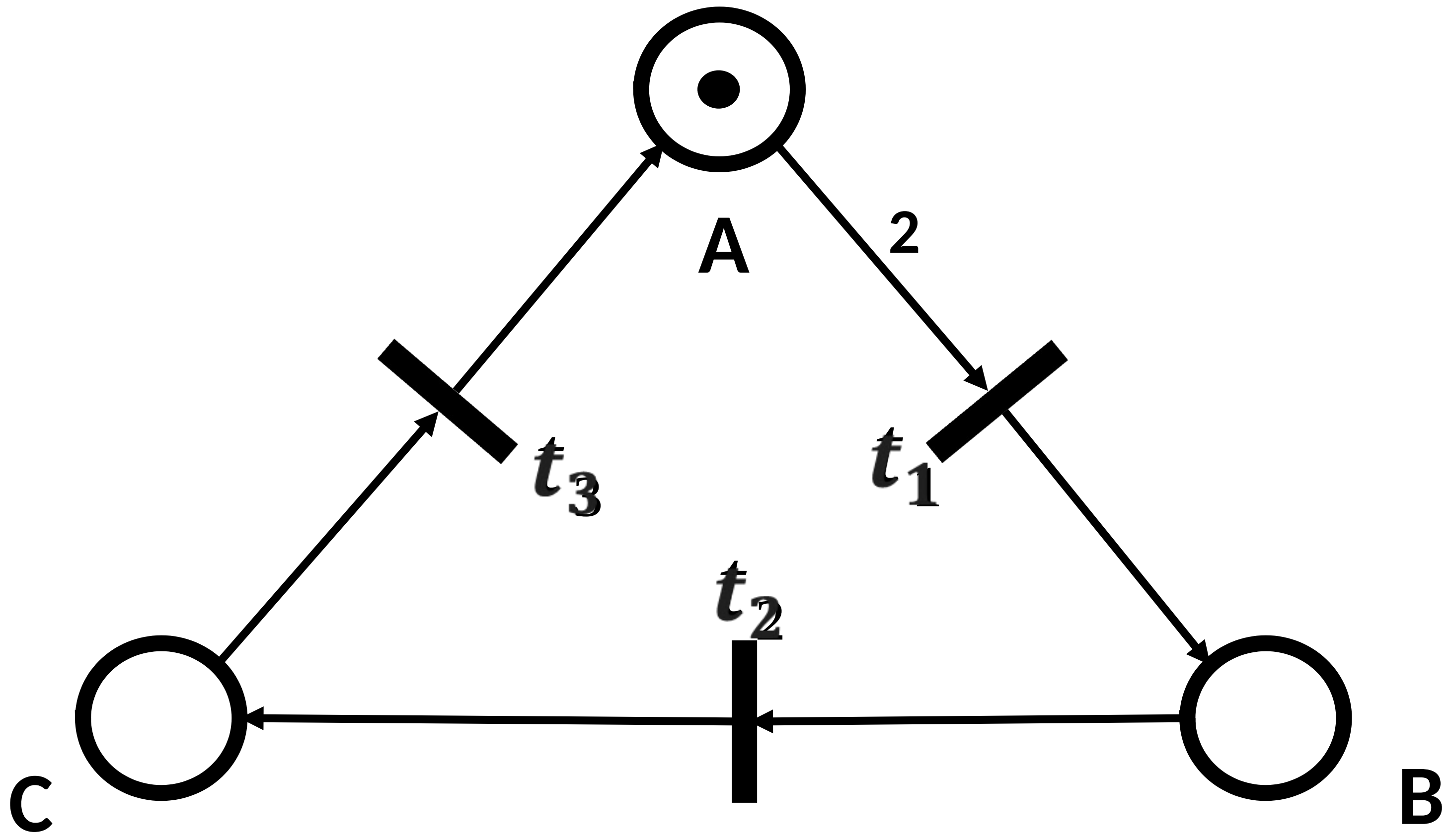
Premier exemple :



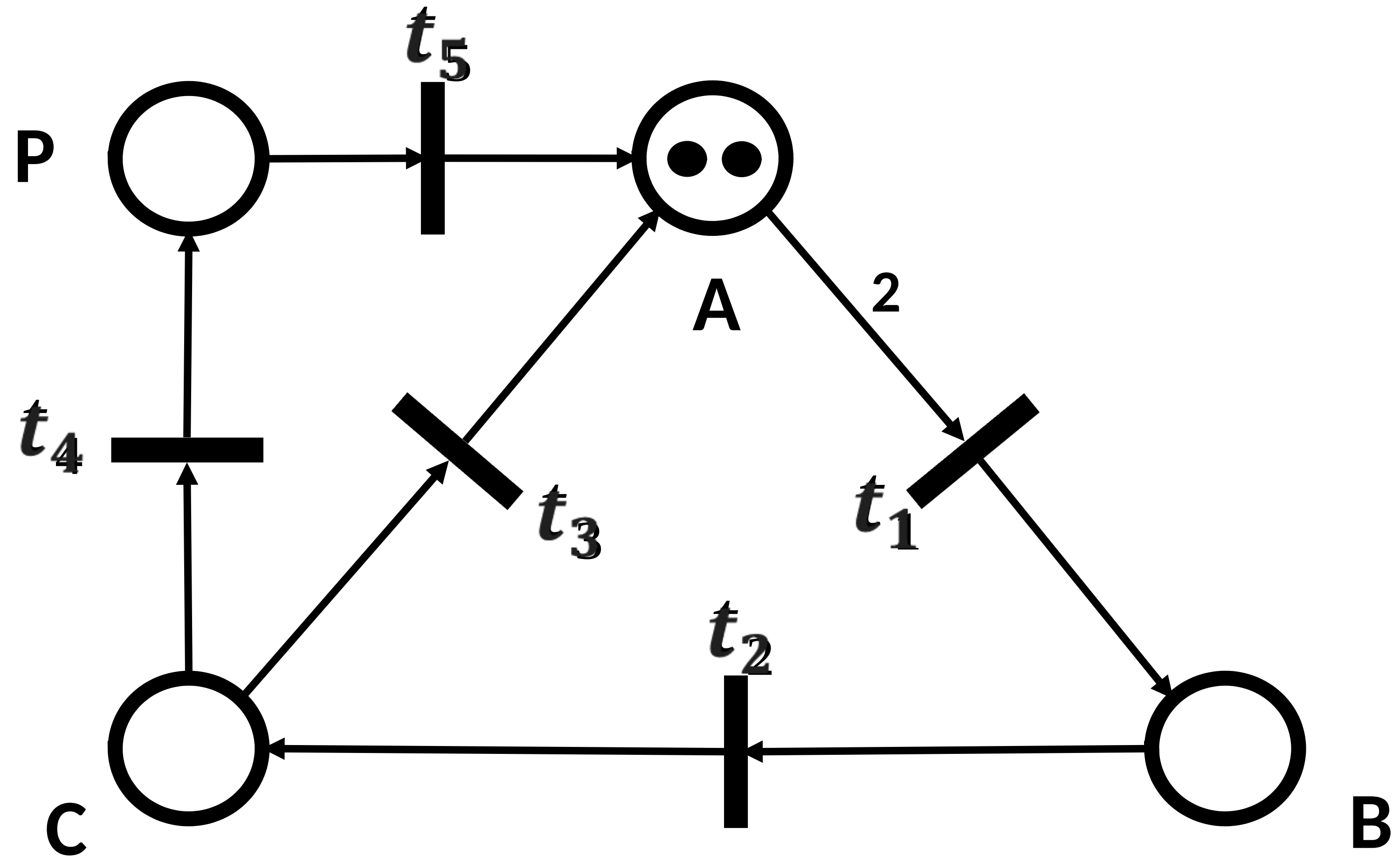
Premier exemple :



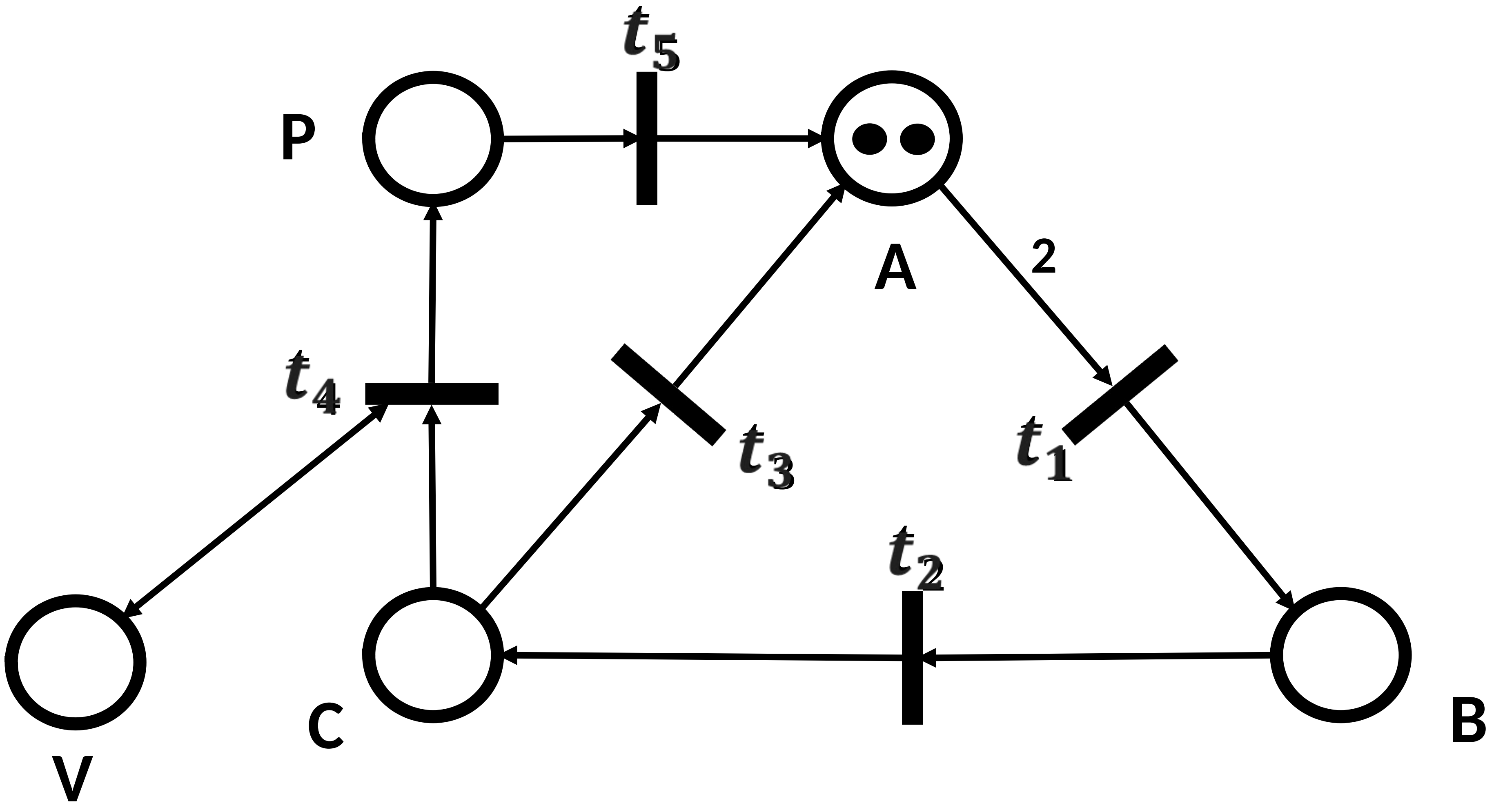
Premier exemple :



Premier exemple :



Premier exemple :



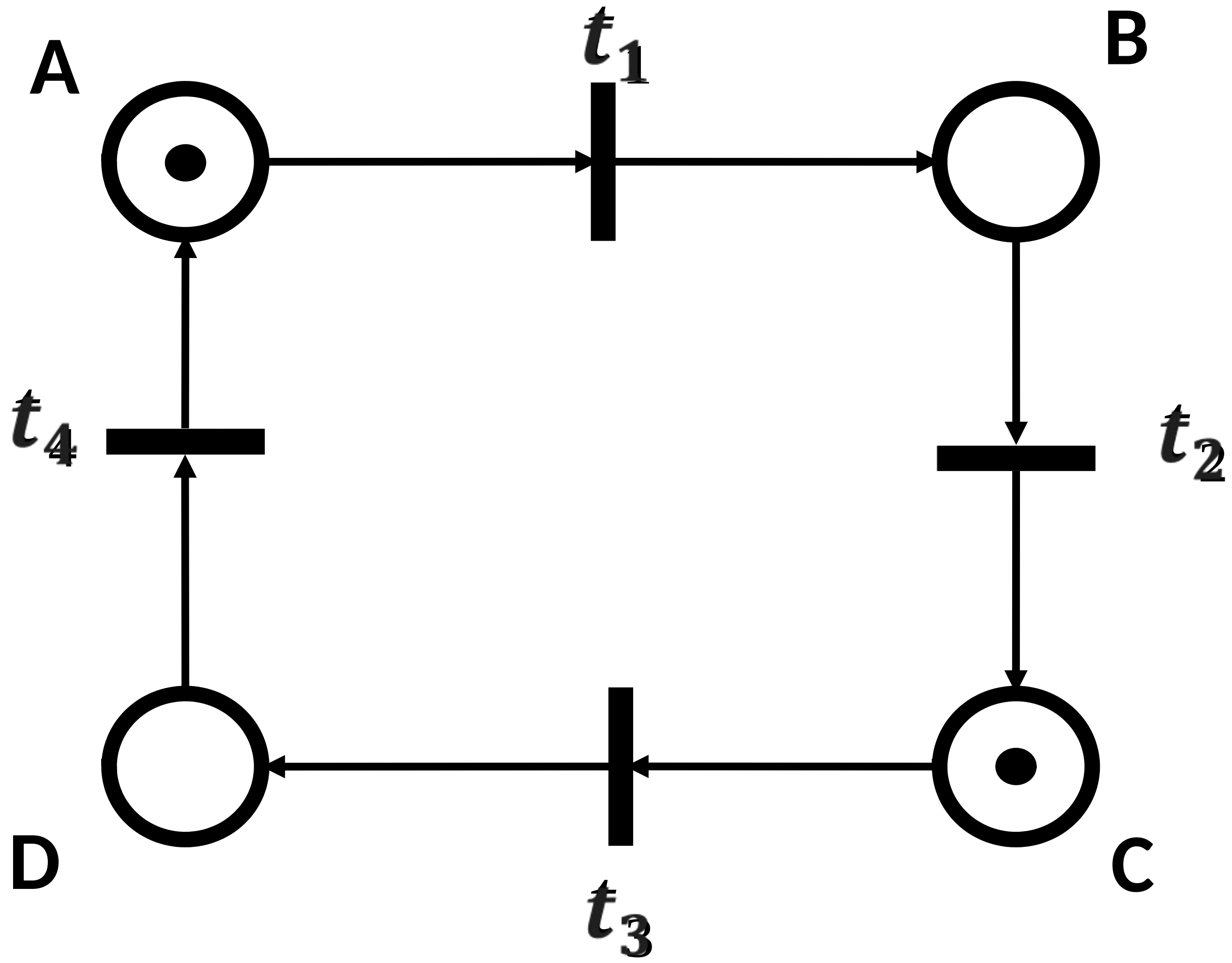
Deuxième exemple :

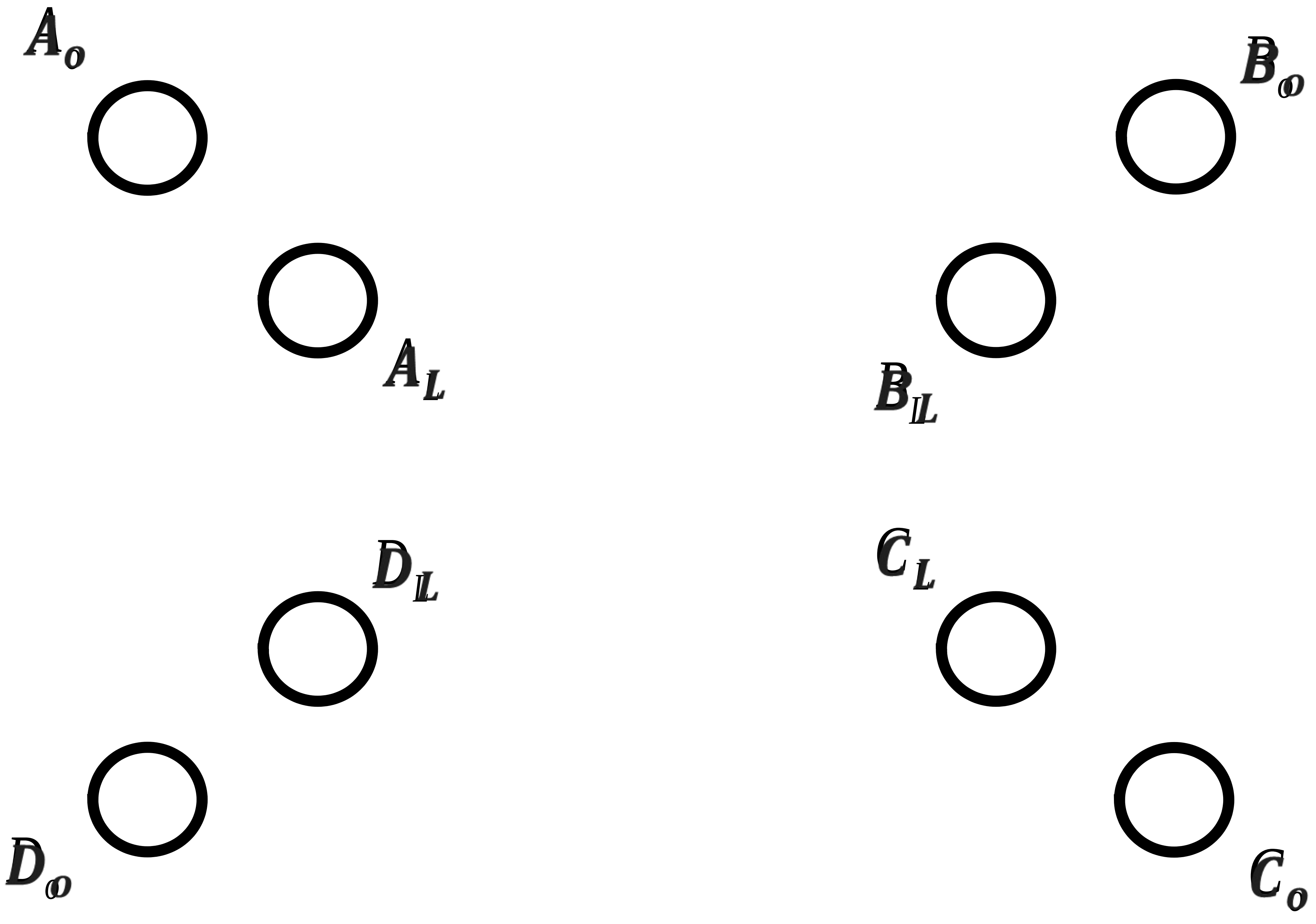
- Deux trains sont présents sur un réseau de 4 stations de métro

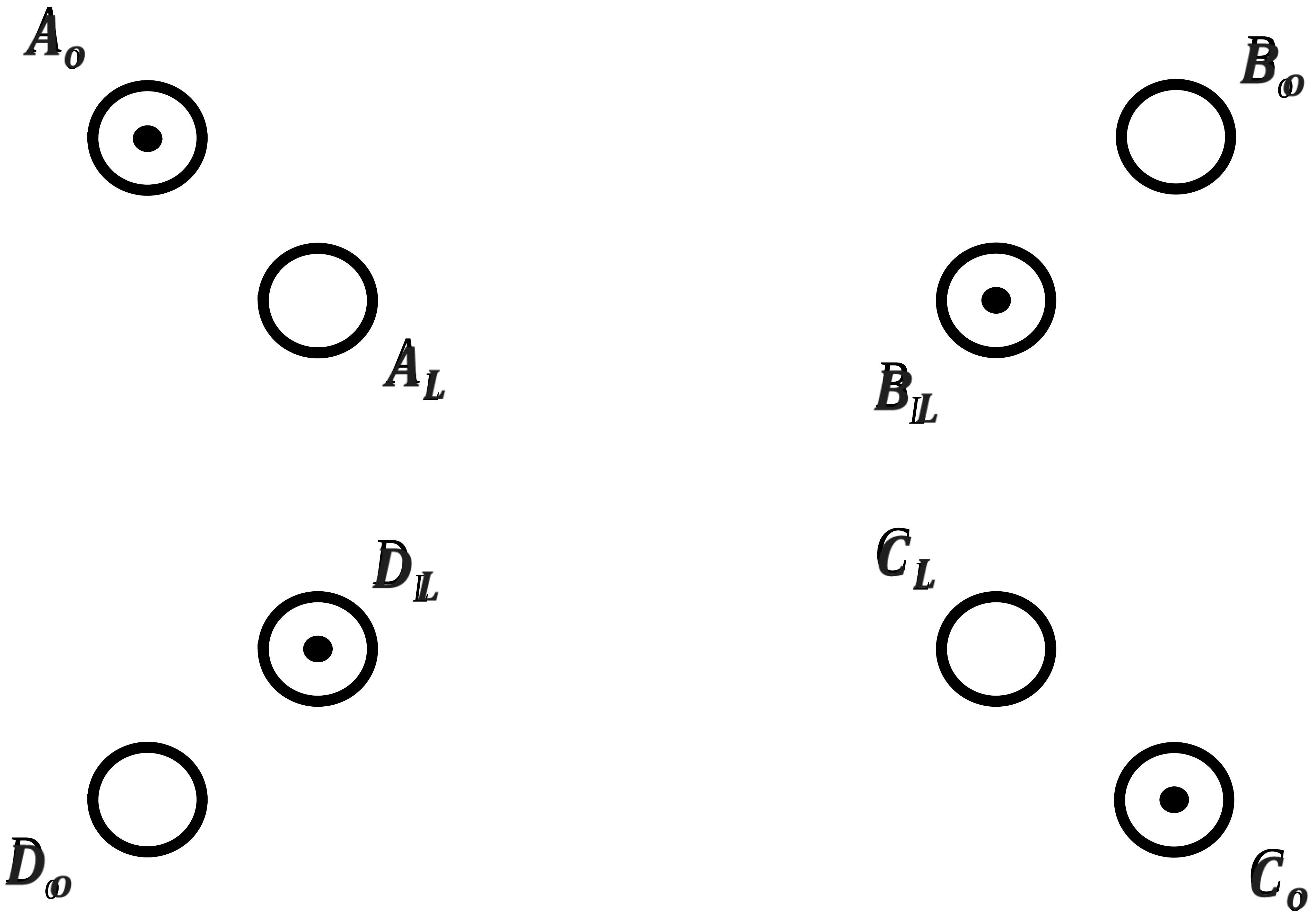
- Les deux trains voyagent dans le même sens

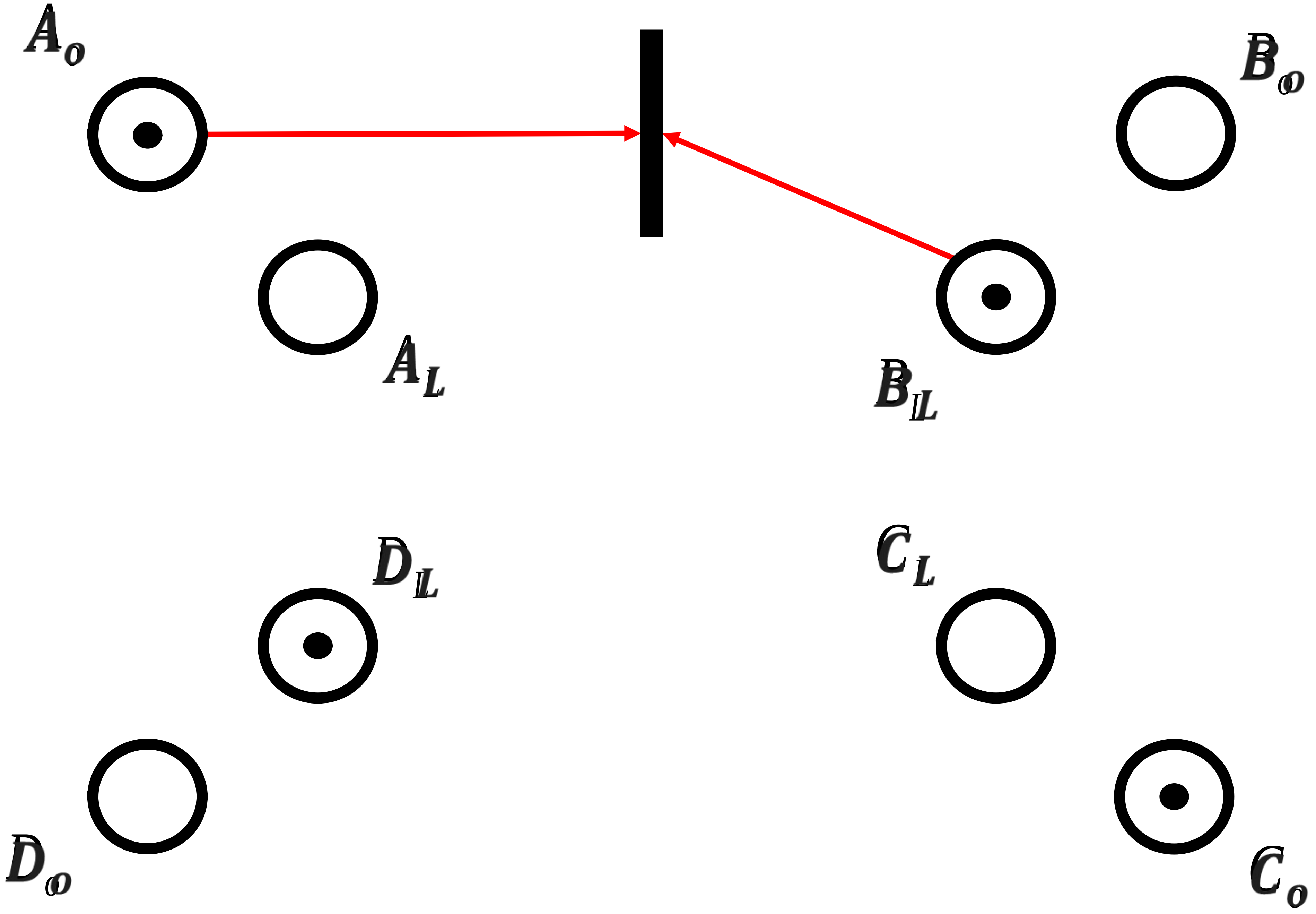
- Une station ne peut pas contenir deux trains simultanément

Deuxième exemple :

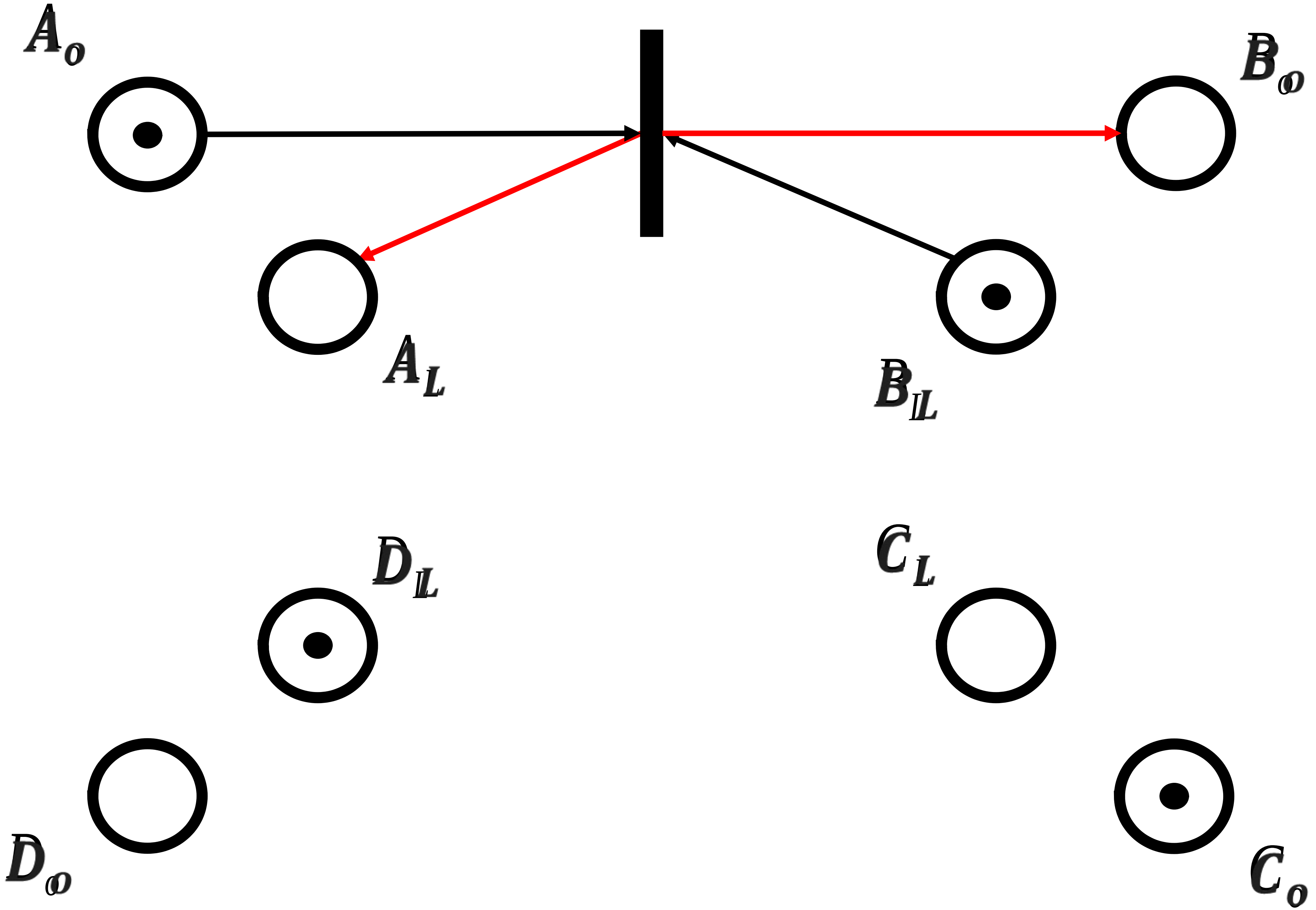


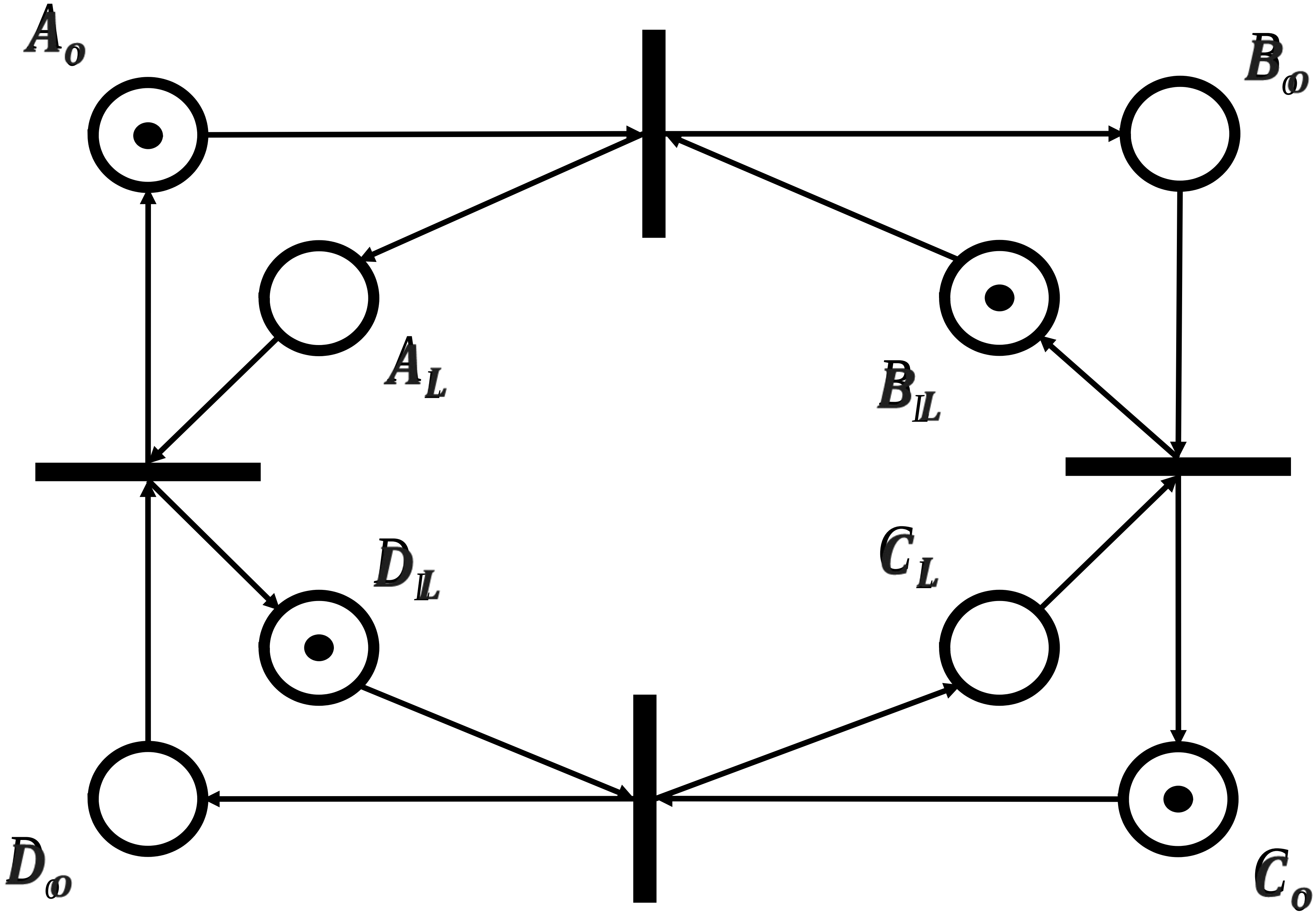

A_o
B_o
A_L
B_L
D_L
C_L
D_o
C_o


A_o
B_o
A_L
B_L
D_L
C_L
D_o
C_o

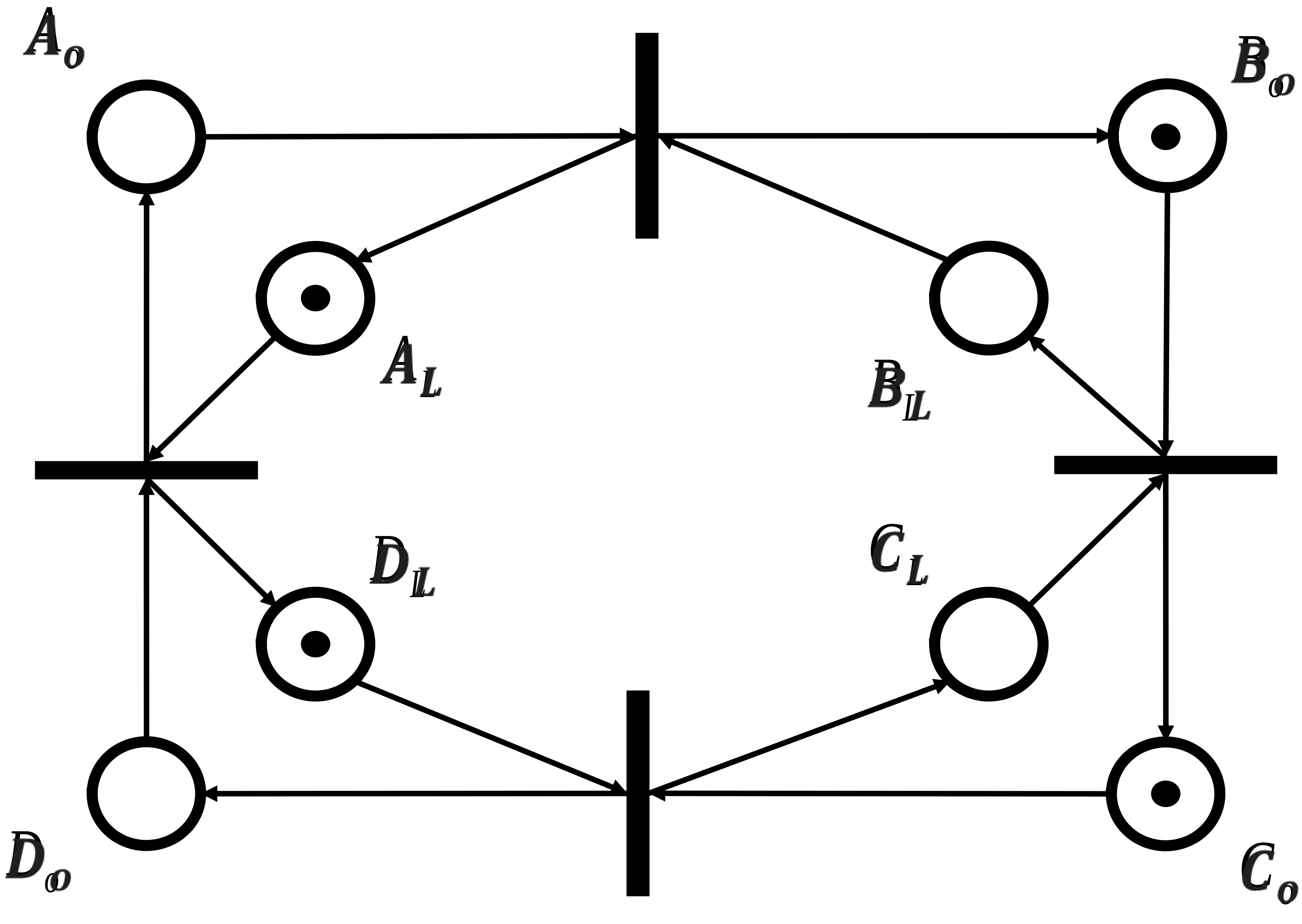


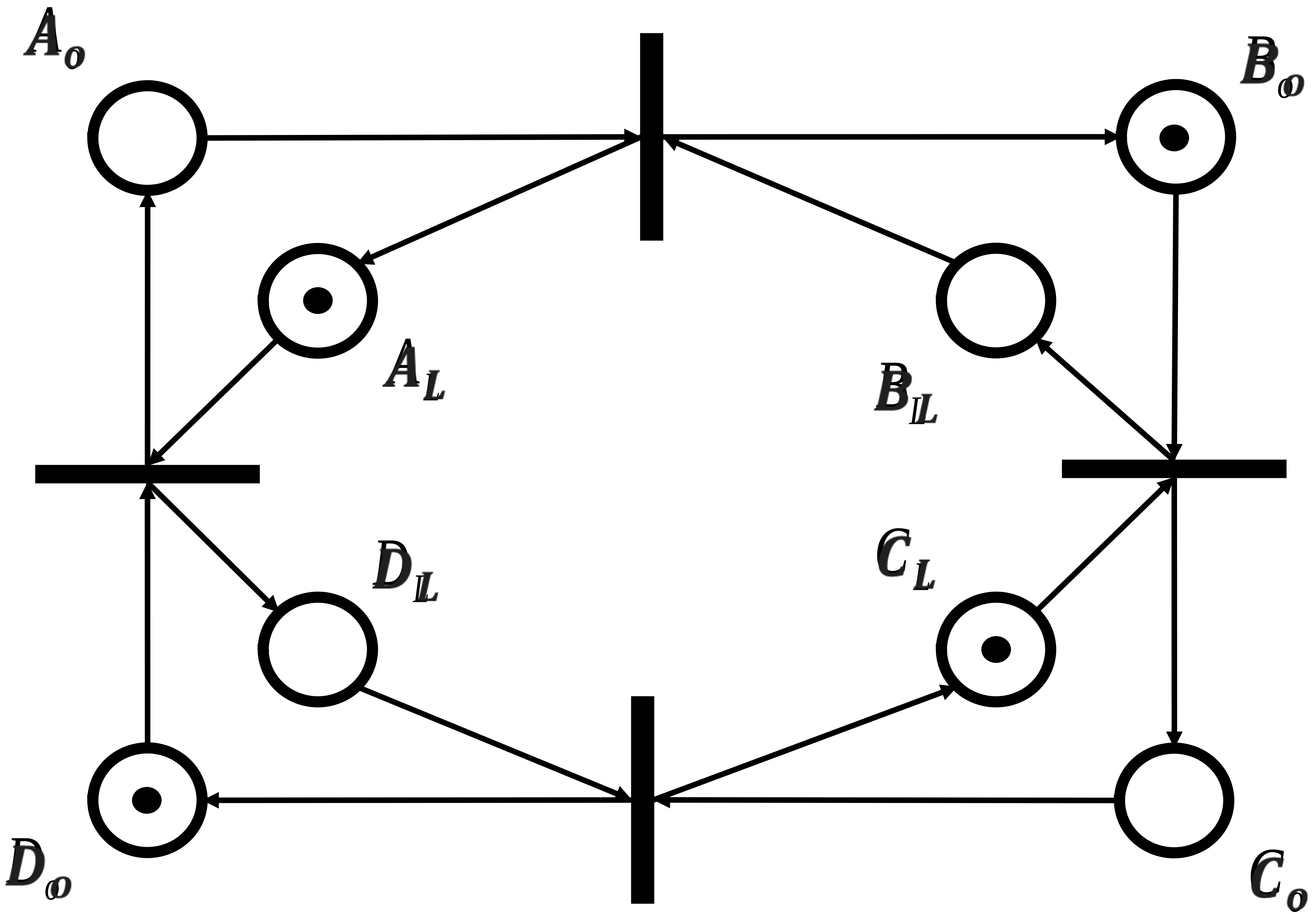
A_o
B_o
A_L
B_L
D_L
C_L
D_o
C_o


A_0
B_0
A_L
B_L
D_L
C_L
D_0
C_0



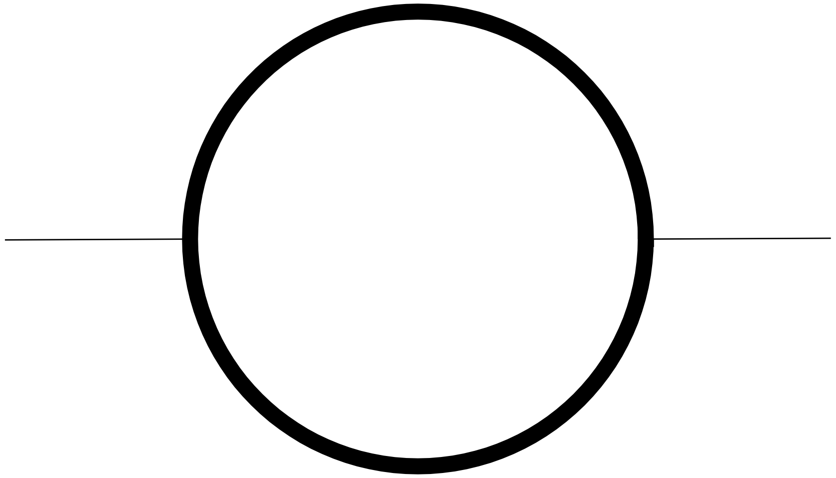
A_o
B_o
A_L
B_L
D_L
C_L
D_o
C_o


A_o
B_o
A_L
B_L
D_L
C_L
D_o
C_o


A_o
B_o
A_L
B_L
D_L
C_L
D_o
C_o

Définition formelle des réseaux de Petri

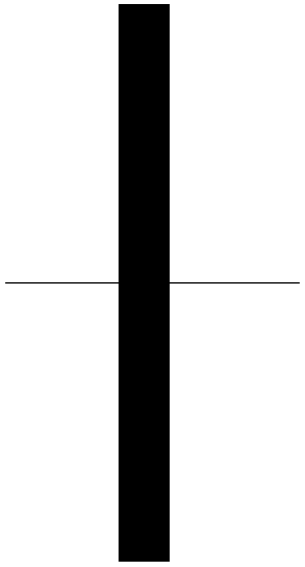
Places



P_1

- L’ensemble des places sera représenté par un ensemble $\{P_i\}_{1 \le i \le n}$

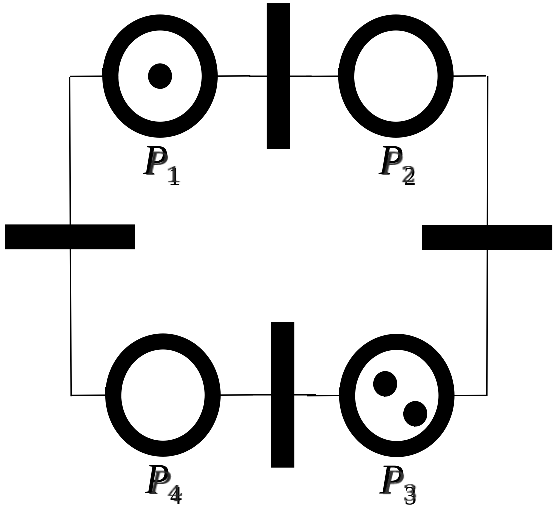
Transitions



T_{11}

- L'ensemble des places sera représenté par un ensemble $\{P_i\}_{1 \le i \le n}$
- L'ensemble des transitions sera représenté par un ensemble $\{T_j\}_{1 \le j \le m}$

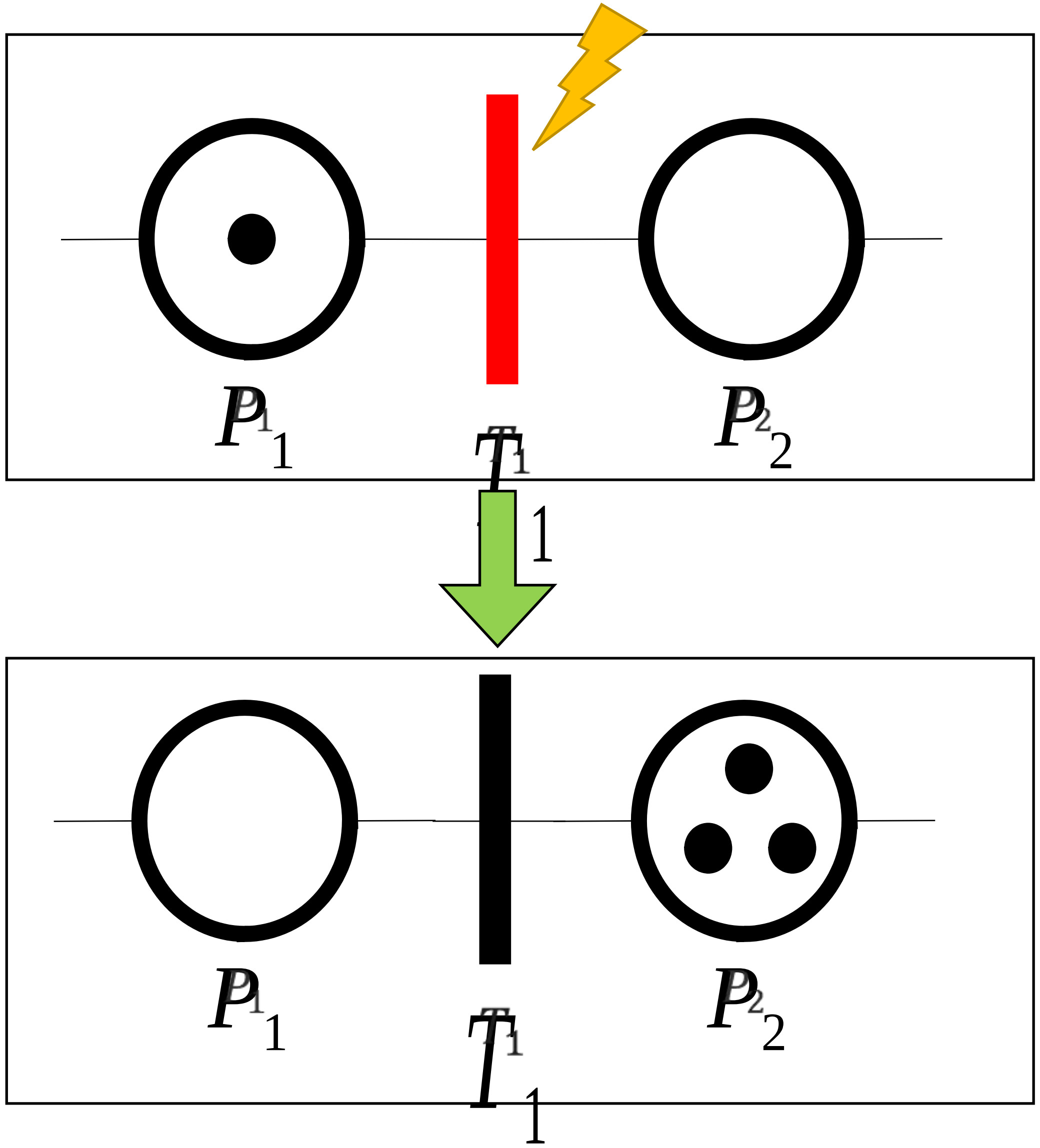
Marquage



$$M = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

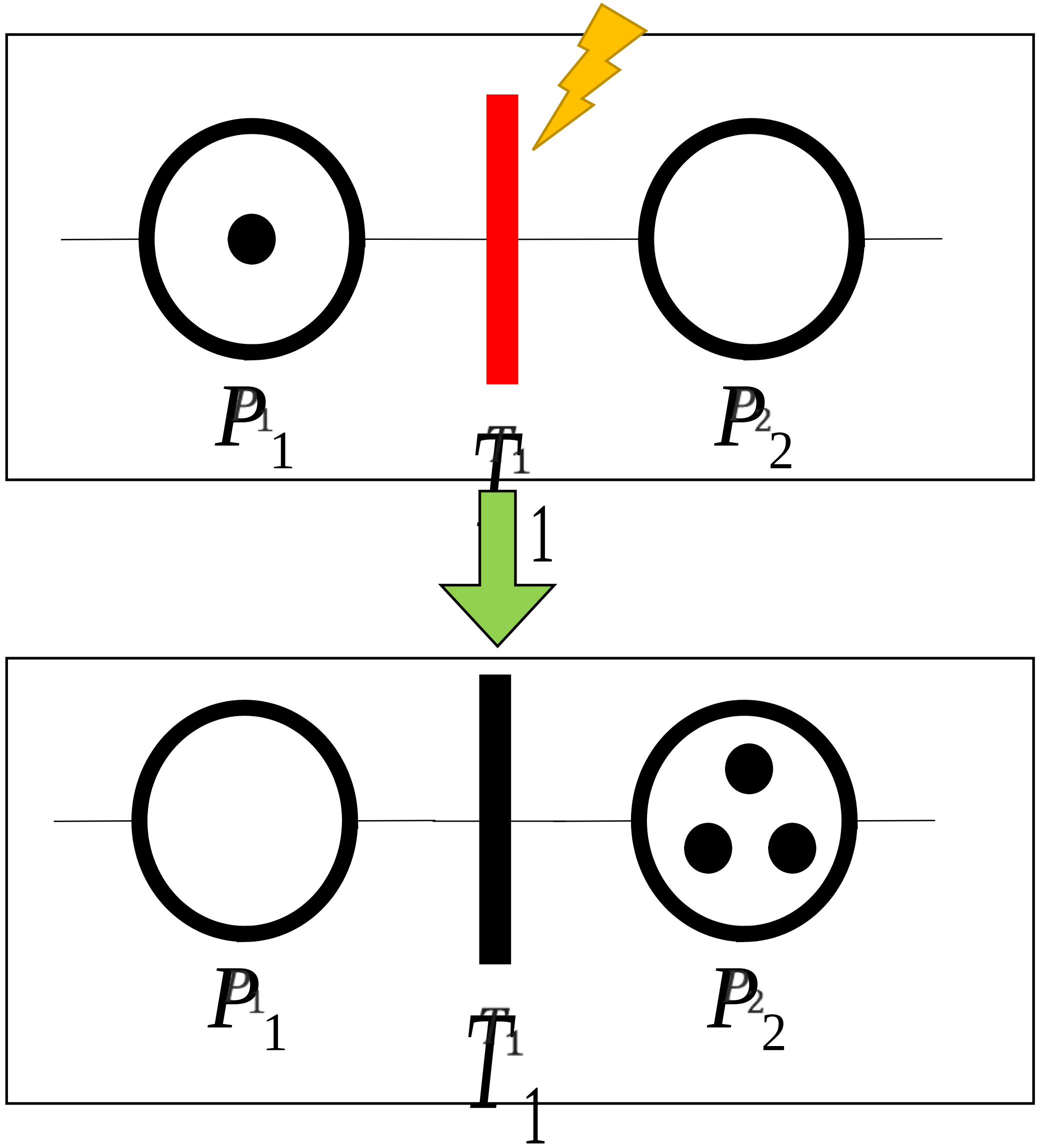
- L'ensemble des places sera représenté par un ensemble $\{P_i\}_{1 \leq i \leq n}$
- L'ensemble des transitions sera représenté par un ensemble $\{T_j\}_{1 \leq j \leq m}$
- Un marquage sera noté par un vecteur d'entiers (dimension n) dont la composante i est le nombre de jetons à la place i.

Franchissement d’une transition



- Le franchissement d’une transition se représente par deux matrices $n \times m$:
  - $Pré_{i,j}$: le nombre de jetons nécessaires dans place P_i pour franchir T_j
  - $Post_{i,j}$: le nombre de jetons générés dans place P_i par T_j

Franchissement d'une transition



- Pour que T_1 soit franchissable, il faut que le marquage actuel $M \geq Pré(\bullet, T_1)$
- Si on déclenche la transition T_1, le nouveau marquage sera :

$$M' = M - Pré(\bullet, T_1) + Post(\bullet, T_1)$$

Séquence de transitions

- Une séquence de transitions $T_1 T_2 \dots T_N$ est franchissable avec le marquage M_0 ssi:
  - T_1 est franchissable avec le marquage M_0
  - La séquence de transitions $T_2 \dots T_N$ est franchissable avec le marquage obtenu M_1

Définition mathématique

$$R = < P, T, Pré, Post, M_0 >$$

Application à Go Zone

Contexte et conditions

- Un robot sous-marin a la possibilité de naviguer avec un cap donné
- La seule mesure extéroceptive disponible est la distance au fond
- On veut pouvoir donner des consignes quelconques au système:
  - Aller à une certaine zone et faire une ronde
  - Eviter de croiser une certaine zone
  - Etc…

Représentation

- Caps à suivre : places
- Isobathes : transitions

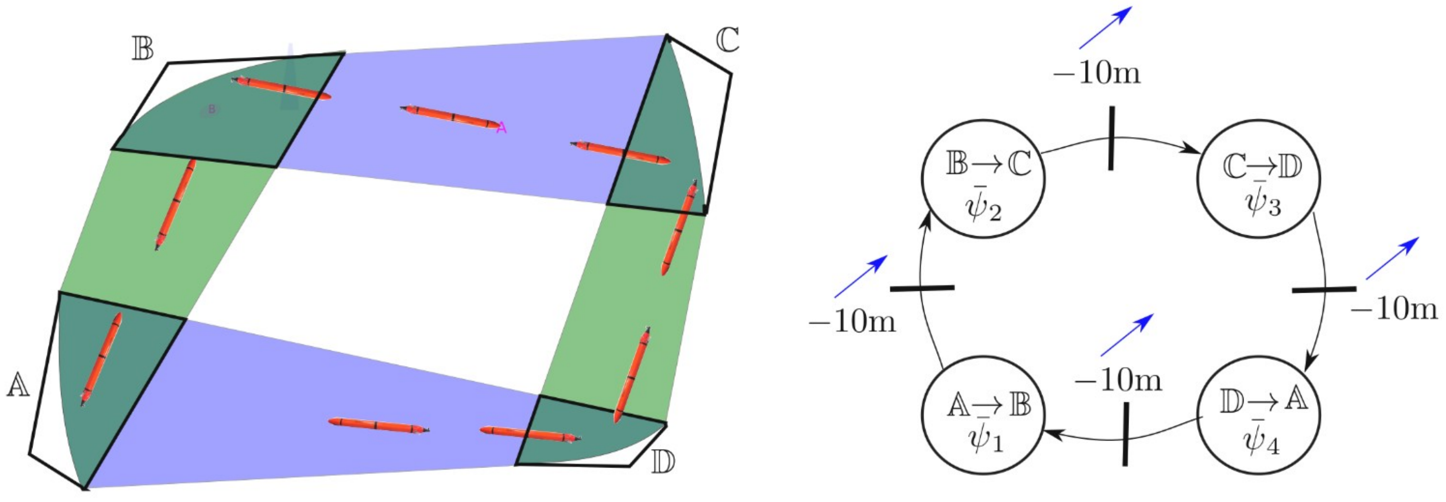


Figure 4: Pétri net associated to the circuit

Représentation

- Caps à suivre : places
- Isobathes : transitions

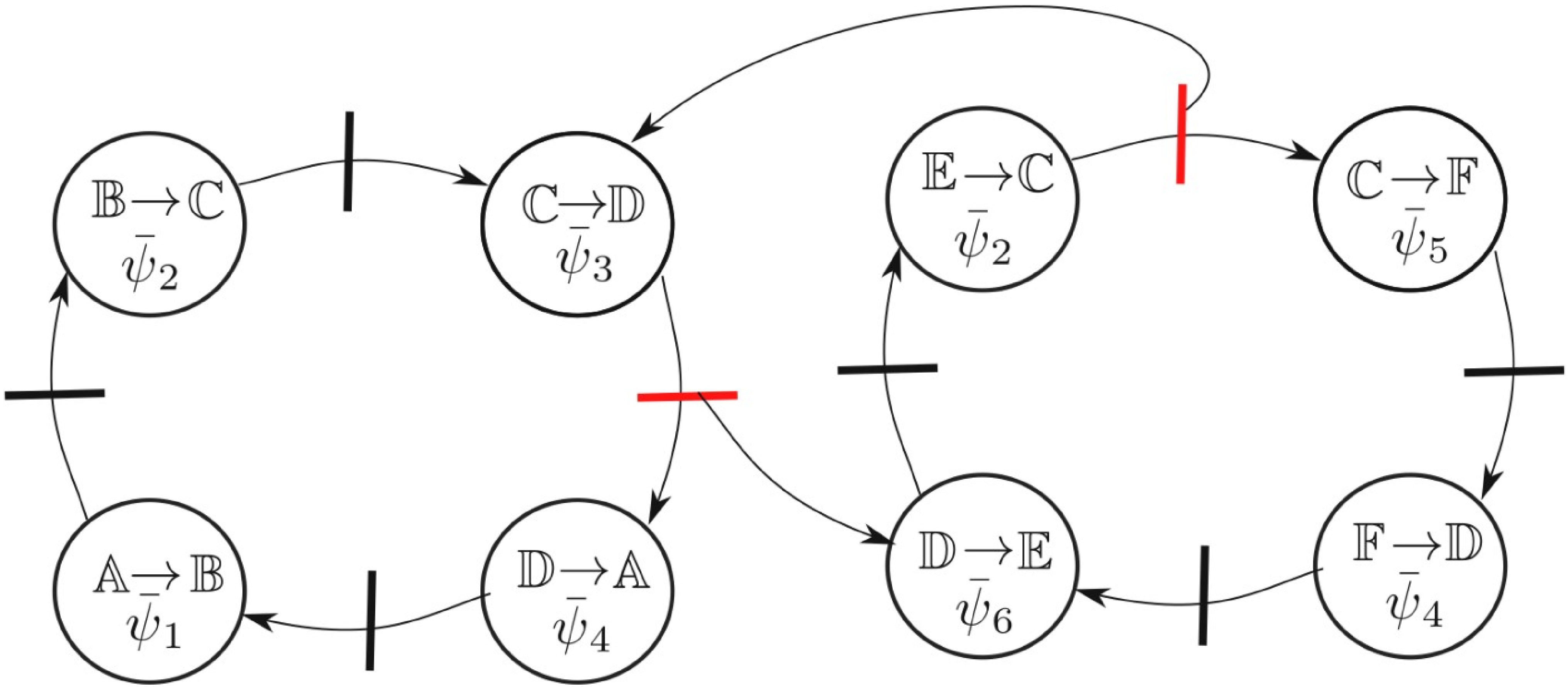
- Pour savoir si un chemin est explorable, il suffit de vérifier si la séquence de transitions correspondante est bien franchissable
- Si il y a plusieurs séquences correspondantes, sélectionner la plus courte

Représentation

- Caps à suivre : places
- Isobathes : transitions

- Si il y a des zones à ne pas visiter : ajouter des « places verrous »
- Si il y a des zones à absolument visiter : techniques similaires…

- Si il y a plusieurs robots : on peut passer en disposition « libre-occupé » afin de gérer les collisions


$\mathbb{B}\to\mathbb{C}$ $\bar{\psi}_2$
$\mathbb{C}\to\mathbb{D}$ $\bar{\psi}_3$
$\mathbb{A}\to\mathbb{B}$ $\bar{\psi}_1$
$\mathbb{D}\to\mathbb{A}$ $\bar{\psi}_4$
$\mathbb{E}\to\mathbb{C}$ $\bar{\psi}_2$
$\mathbb{C}\to\mathbb{F}$ $\bar{\psi}_5$
$\mathbb{D}\to\mathbb{E}$ $\bar{\psi}_6$
$\mathbb{F}\to\mathbb{D}$ $\bar{\psi}_4$

Extensions possibles

Réseaux colorés

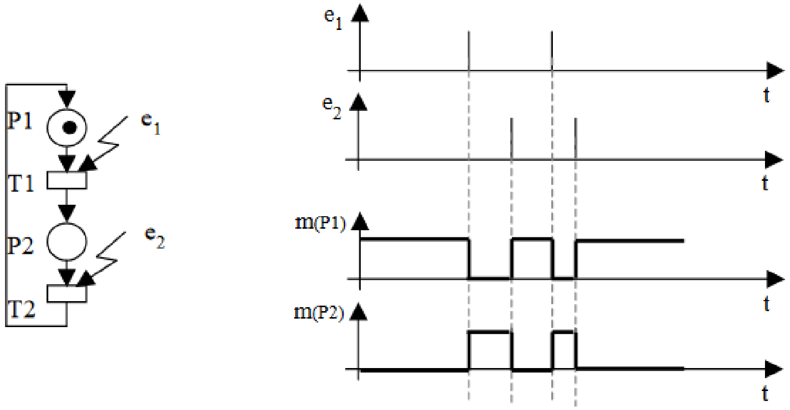
- Afin de distinguer les types de jetons, on peut associer un ensemble de couleurs aux marquages
- On a alors plus de matrices de condition

- Souvent utilisé pour des systèmes symétriques à partage de ressources

Réseaux Temporisés

- Les transitions instantanées n’ont pas de sens physique…
- De même, deux évènements ne peuvent être simultanés
- La notion de temps est alors introduite

- Souvent utilisé pour la robotique industrielle



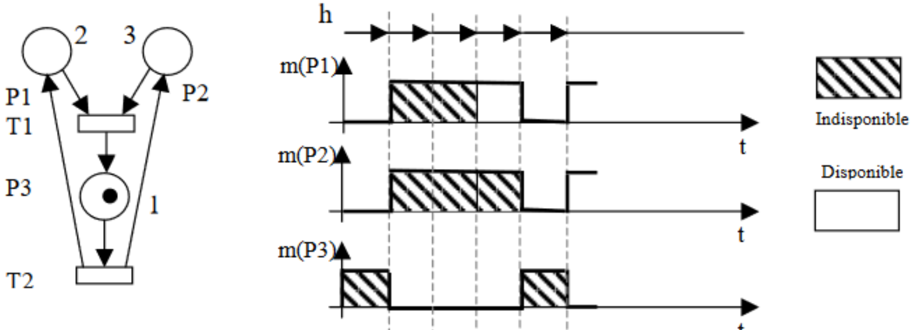


Figure 1.8a Réseau de Petri P-temporisé et chronogramme de marquage associé

Autres types de réseaux de Petri

- Réseaux interprétés
  - A chaque état on associe une loi de commande qui peut dépendre de l'environnement…
- Réseaux stochastiques
  - Font apparaître des processus non déterministes
- Réseaux continus
  - Les transitions peuvent consommer et générer des fractions de jetons

https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/automatique-robotique-th16/automatique-sequentielle-42395210/outils-de-modelisation-des-automatismes-sequentiels-s7252/reseaux-de-petri-interpretes-s7252niv10005.html
https://www.researchgate.net/figure/Reseau-de-Petri-Stochastique-exemple-introductif_fig12_277948103
http://homepages.laas.fr/francois/STRQDS/reunions/301003/shpm1.pdf
http://www.lsis.org/msr2017/pdf/MSR_SergeHaddad.pdf
http://jncf.math.cnrs.fr/2010/exposes/petitot/main.pdf

Questions ?