

Examen MER (méthodes ensemblistes pour la robotique), ENSTA-Bretagne

Seules les notes de cours et le polycopié sont autorisés. La calculatrice est interdite

Lundi 27 février 2012. Responsable : Luc Jaulin

Exercice 1. Intervalles

1) Calculer les quantités suivantes, en utilisant les règles du calcul par intervalles

$$\begin{aligned} &[-2, 4] * [1, 3] \\ &[-2, 4] \sqcup [1, 7] \\ &\max([2, 7], [1, 9]) \\ &\max(\emptyset, [1, 2]) \\ &[-1, 3]/[0, \infty] \end{aligned}$$

où \sqcup denote l'intervalle enveloppe de l'union, c'est-à-dire, $[x] \sqcup [y] = [[x] \cup [y]]$.

2) Calculer les deux quantités suivantes

$$\begin{aligned} &([1, 2] * [-1, 3]) + \max([1, 3] \cap [6, 7], [1, 2]) \\ &\exp([1, 2]/[0, \infty]). \end{aligned}$$

Détailler vos calculs.

3) Soient trois variables x, y, z appartenant aux intervalles $[x], [y], [z]$ et reliées par la contrainte $z = \max(x, y)$. Contracter les intervalles $[x], [y], [z]$ dans les trois cas suivants

	$[x]$	$[y]$	$[z]$
Cas 1	$[0, 6]$	$[1, 2]$	$[5, 10]$
Cas 2	$[3, 6]$	$[1, 2]$	$[5, 10]$
Cas 3	$[0, 6]$	$[1, 2]$	$[-1, 1]$

Exercice 2. Arbre syntaxique et contracteur forward-backward

Soit la fonction

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2$$

1) Dessiner l'arbre syntaxique associé à cette fonction.

2) Représenter cette arbre sous la forme d'un tableau.

3) On sait que $x_1 \in [0, 2], x_2 \in [-1, 1]$ et $y \in [5, 10]$. Appliquer une méthode forward/backward pour contracter les intervalles pour x_1, x_2 et y . Détailler vos calculs.

Correction de l'examen MER

Solution de l'exercice 1

1) Nous avons

$$\begin{aligned}[-2, 4] * [1, 3] &= [-6, 12] \\[-2, 4] \sqcup [6, 7] &= [-2, 7] \\ \max([2, 7], [1, 9]) &= [2, 9] \\ \max(\emptyset, [1, 2]) &= \emptyset \\ [-1, 3]/[0, \infty] &= [-\infty, \infty]\end{aligned}$$

2) Nous avons

$$\begin{aligned}([1, 2] * [-1, 3]) + \max([1, 3] \cap [6, 7], [1, 2]) &= ([1, 2] * [-1, 3]) + \max(\emptyset, [1, 2]) = \emptyset \\ \exp([1, 2]/[0, \infty]) &= \exp([0, \infty]) = [1, \infty].\end{aligned}$$

3) Nous avons

	[x]	[y]	[z]		[x]	[y]	[z]	
Cas 1	[0, 6]	[1, 2]	[5, 10]	→	Cas 1	[5, 6]	[1, 2]	[5, 6]
Cas 2	[3, 6]	[1, 2]	[5, 10]		Cas 2	[5, 6]	[1, 2]	[5, 6]
Cas 3	[0, 6]	[1, 2]	[-1, 1]		Cas 3	[0, 1]	[1, 1]	[1, 1]